

安徽师范大学

2020 年硕士研究生招生考试初试 A 卷试题

科目代码: 892

科目名称: 数学教学论

一、单项选择题 (请将正确答案的代号填在答题纸上, 每小题 4 分, 共 40 分)

1 三角形的外心是它的中位三角形的 ()

- A. 内心 B. 外心 C. 垂心 D. 重心

2 $(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i})^2 = ()$

- A. $\sqrt{3}+i$ B. $-\sqrt{3}-i$ C. $\sqrt{3}-i$ D. $-\sqrt{3}+i$

3 不等式 $\frac{x(x+2)}{x+3} < 0$ 的解集为 ()

- A. $(-\infty, -3) \cup (-2, 0)$ B. $(-3, -2) \cup (0, +\infty)$
C. $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$ D. $(-3, -2) \cup (-2, 0)$

4 使 $4725k$ 为完全平方数的最小正整数 k 是 ()

- A. 3 B. 5 C. 15 D. 21

5 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形, 这个圆柱的全面积与侧面积的比是 ()

- A. $\frac{1+2\pi}{2\pi}$ B. $\frac{1+4\pi}{4\pi}$ C. $\frac{1+2\pi}{\pi}$ D. $\frac{1+4\pi}{2\pi}$

6 过原点的直线与圆 $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$ 相切, 若切点在第二象限, 则该直线的方程是 ()

- A. $y = \sqrt{3}x$ B. $y = -\sqrt{3}x$ C. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ D. $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$

7 由 1 克、2 克、4 克、8 克、16 克各一个砝码, 共 5 个砝码所能组成的不同重量的种数为 ()

- A. 29 B. 30 C. 31 D. 32

8 设点 P 为正方形 $ABCD$ 内一点, $PA=1, PB=3, PD=\sqrt{7}$, 则正方形 $ABCD$ 的面积为 ()

- A. $8+\sqrt{14}$ B. $14+2\sqrt{2}$ C. $8-\sqrt{14}$ D. $14-2\sqrt{2}$

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!

第 1 页, 共 3 页

9 《普通高中数学课程标准（2017 年版）》在课程目标中指出，通过高中数学课程的学习，获得进一步学习以及未来发展必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想、（ ）

- A. 基本方法
B. 基本能力
C. 基本活动经验
D. 基本解题技巧

10 《普通高中数学课程标准（2017 年版）》在课程结构中指出，高中数学课程设计依据包括：依据高中数学课程方案，借鉴国际经验，体现课程改革的成果，调整课程结构，改进学业质量评价，（ ）

- A. 激发学生兴趣
B. 减轻学生负担
C. 增强学生信念
D. 强化学生动机

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

11 在实数范围内，将 $x^4 - 4x + 3$ 分解因式等于_____.

12 各根分别为方程 $2x^5 - x^3 - 4x^2 + 8 = 0$ 的各根的 (-2) 倍的方程是_____.

13 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 7, a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$ ，则此数列的通项公式是_____.

14 设 $x \in R$ ，则函数 $f(x) = \frac{16^x + 4^{1-x} + 4 \times 2^x + 1}{4^x + 2^{1-x}}$ 的最小值等于_____.

15 《义务教育数学课程标准（2011 年版）》指出，通过义务教育阶段的数学学习，学生能养成良好的学习习惯。良好的学习习惯包括_____（写出所有正确结论的编号）。

- ①认真勤奋
②独立思考
③合作交流
④严谨求实
⑤反思质疑

三、论述题（共 4 小题，计 90 分）

16（15 分）

问题 已知函数 $f(x) = 3^{x-b}$ ($2 \leq x \leq 4$) 的图象过点 $(2,1)$ ，求 $F(x) = [f^{-1}(x)]^2 - f^{-1}(x^2)$ 的值域.

一位同学的解答如下：

解 由题意得 $f(2) = 3^{2-b} = 1$ ，所以 $b = 2$ ， $f(x) = 3^{x-2}$. 因为函数 $f(x)$ 的定义域为 $[2,4]$ ，所以， $2 \leq f^{-1}(x) \leq 4$ ， $0 \leq \log_3 x \leq 2$. 又

$$F(x) = [f^{-1}(x)]^2 - f^{-1}(x^2) = (2 + \log_3 x)^2 - (2 + \log_3 x^2) = (1 + \log_3 x)^2 + 1,$$

所以， $2 \leq F(x) \leq 10$ ，于是函数 $F(x)$ 的值域为 $[2,10]$.

请指出上述解答的可取之处、错误原因，并给出正确解答.

17（15 分）在数学教学中，如何培养学生的言必有据的习惯？

18（15 分）简述信息技术在中学数学教学中的作用.

19（45 分）根据以下素材“数据的频数分布”，撰写一份课时教学设计（按教学目标分析，学习内容分析，学情分析，教学策略选择，教学过程设计等环节设计）.

20.1

问题① 某校学生在假期进行“空气质量情况调查”的课题研究时,他们从当地气象部门提供的今年上半年的资料中,随意抽取了30天的空气综合污染指数,数据如下:

30, 77, 127, 53, 98, 130, 57, 153, 83, 32,
40, 85, 167, 64, 184, 201, 66, 38, 87, 42,
45, 90, 45, 77, 235, 45, 113, 48, 92, 243.

根据国家环保总局公布的《空气质量级别表》:

空气污染指数	0~50	51~100	101~150	151~200	201~250	251~300	大于300
空气质量级别	I级 (优)	II级 (良)	III级1 (轻微污染)	III级2 (轻度污染)	IV级1 (中度污染)	IV级2 (中度重污染)	V级 (重度污染)

把数据按上述级别分成0~50, 51~100, 101~150, 151~200, 201~250共5个组, 进行整理, 得下表:

空气污染指数分布表

空气污染指数	0~50	51~100	101~150	151~200	201~250
天 数	9	12	3	3	3

1. 说说这30天的空气质量, 根据国家公布的级别, 各级别各占多大比率(即分布情况).

2. 该校学生估计该地今年(按365天计算)空气质量达到优级别的天数约是110天. 你知道他们是如何估计出这个结论的?

问题1启示我们: 面对量大的数据, 要想从中获取所需信息, 常常先要选择好合适的统计表、图. 把相差不大的数

据放在一起,进行适当分组(例如,这里按空气质量级别分组),然后统计出落在各个小组内数据的个数,并借助表格将分组结果及各组数据的个数进行整理,这样,便反映出这批数据的分布规律.

下面我们就来通过具体的事例,学习这种分析数据的分布的方法.

问题② 某校体卫组想对该校八年级全体学生一周内平均每天参加课外锻炼的时间(单位:min)有所了解,从中随机抽查了40名学生,结果如下:

40, 21, 35, 24, 40, 38, 23, 52, 35, 62,
36, 15, 51, 45, 42, 40, 32, 43, 36, 34,
53, 38, 40, 39, 32, 45, 40, 50, 45, 40,
50, 26, 45, 40, 45, 35, 40, 42, 45, 40.

为了了解这批数据反映的情况,可以对它进行怎样的分析呢?

一般地,可按下列步骤来分析:

(1) 计算这批数据中最大数与最小数的差.

这批数据中最大数与最小数的差为: $62 - 15 = 47$. 由此可知这批数据的变动范围.

(2) 决定组距和组数.

组距是指每个小组的两个端点间的距离. 将这批数据分组. 如果每组组距相同,并取组距为8,那么

$$\text{组数} = \frac{\text{最大数} - \text{最小数}}{\text{组距}} = \frac{47}{8} \approx 6, \text{即把数据分成6组.}$$

(3) 决定分点.

将数据按照8 min的组距分组,从15开始,分成15~23, 23~31, 31~39, 39~47, 47~55, 55~63这6组. 这时,我们发现数据23, 39正好落在分点上,不好决定它们究竟属于哪一组,为了避免这种情况,一般地把表示分点的数比原数据多取一位小数,并把第一组的起点定为比最小的数据

稍小一点的数.如把第一组的起点定为 14.5,这样所分的 6 个组是:

14.5 ~ 22.5, 22.5 ~ 30.5, 30.5 ~ 38.5,
38.5 ~ 46.5, 46.5 ~ 54.5, 54.5 ~ 62.5.

(4) 列频数分布表.

我们把一批数据中落在某个小组内数据的个数称为这个组的频数 (absolute frequency). 通常用选举时唱票的方法,对落在各个小组内的数据个数进行记录,算出每一个小组的频数,并制成频数分布表 (table of frequency distribution). 如果一批数据共有 n 个,而其中某一组数据是 m 个,那么 $\frac{m}{n}$ 就是该组数据在这批数据中出现的频率 (relative frequency).

40 名学生平均每天锻炼时间频数分布表

分 组	频 数 统 计	频 数
14.5 ~ 22.5	┐	2
22.5 ~ 30.5	┑	3
30.5 ~ 38.5	正正	10
38.5 ~ 46.5	正正正┑	19
46.5 ~ 54.5	正	5
54.5 ~ 62.5	—	1
合 计		40

在编制频数分布表时,关键是分组,即确定分几组,组距是多少? 通常要根据问题的需要而定. 一般来说,数据越多,分的组数就越多. 当数据在 100 个以内时,可分成 5 ~ 12 组,各组的组距可以相同,也可以彼此不同. 分组时,要注意使每个数据只落在一个组内.

(5) 画频数直方图.

画出相互垂直的两条直线,用横轴表示分组情况,纵轴

表示频数, 绘出相应的长方形条, 就得到了频数直方图 (frequency histogram). 图 20-1 是根据前面的“40 名学生平均每天锻炼时间频数分布表”绘制的直方图:

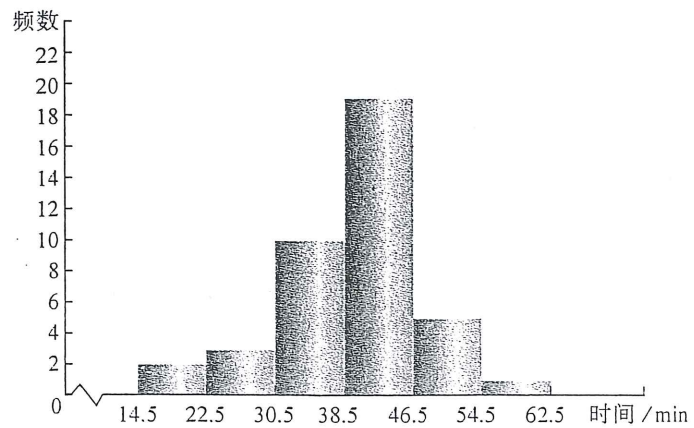


图 20-1



交流

1. 根据频数直方图(图 20-1), 说说这 40 名学生平均每天参加课外锻炼的时间是如何分布的.
2. 如果该校八年级有 500 名学生, 估计一下平均每天参加课外锻炼达 30 min 以上的有多少人?

例 某校从七年级中任意抽取一个班, 该班学生身高 (单位: cm) 的频数分布如表所示:

分组	136.5 ~ 141.5	141.5 ~ 146.5	146.5 ~ 151.5	151.5 ~ 156.5	156.5 ~ 161.5	161.5 ~ 166.5	166.5 ~ 171.5	171.5 ~ 176.5	合计
频数	1	4	10	15	9	8	2	1	50

根据所给表回答:

- (1) 身高在 161.5 cm 以上的学生有多少? 占全班人数的百分之几?

(2) 估计该校七年级全体 400 名新生中, 身高在 161.5 cm 以上的约有多少人?

解 (1) 身高在 161.5 cm 以上的学生有

$$8 + 2 + 1 = 11(\text{人}),$$

占全班人数的 22%.

(2) 全体七年级学生中, 身高在 161.5 cm 以上的人数约为

$$400 \times 22\% = 88(\text{人}).$$



1. 某校为了了解七年级 350 名学生的数学学习情况, 从该年级任意抽取了 50 名学生进行测试, 结果如下(单位: 分):

93, 92, 75, 77, 72, 73, 84, 67, 95, 84,
86, 71, 96, 84, 85, 89, 92, 74, 73, 83,
40, 68, 81, 98, 94, 89, 92, 99, 70, 82,
72, 93, 68, 85, 86, 75, 83, 78, 92, 60,
89, 52, 96, 83, 92, 86, 67, 77, 57, 77.

(1) 请你完成下面的频数分布表:

分 组	频数统计	频 数
39.5 ~ 49.5		
49.5 ~ 59.5		
59.5 ~ 69.5		
69.5 ~ 79.5		
79.5 ~ 89.5		
89.5 ~ 99.5		
合 计		

(2) 画出频数直方图;

(3) 试估计该校七年级有多少名学生数学成绩在 80 分(含 80 分)以上.