汕头大学 2018 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：601
科目名称：数学（理）
适用专业：环境科学

考 生 须 知

答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用黑色字迹签字笔作答，答题要写清题号，不必抄原题。

一. 单项选择题（本大题共 **10** 小题，每小题 **2** 分，共 **20** 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1、设 $P(A)>0,\quad P(B)>0$, 则下列公式正确的是(　　)。

A、$P(A-B)=P(A)\left[1-P(B)\right]$　　B、$P(A\ B)=P(A)\cdot P(B)$

C、$P(AB\mid A)=P(B\mid A)$　　D、$P(A|B)=P(B\mid A)$

2、设 ξ 是一个连续型变量，其概率密度为 $\varphi(x)$，分布函数为 $F(x)$，则对于任意 x 值有(　　)。

A、$P(\xi=0)=0$　B、$\varphi(x)>0$　C、$P(\xi=x)=\varphi(x)$　D、$P(\xi=x)=F(x)$

3、设 $\xi\sim N(0,\ 1),\eta\sim N(a,\ \sigma^2)$ 则 η 与 ξ 之间的关系是(　　)。

A、$\eta=\dfrac{\xi-a}{\sigma}$　B、$\eta=a+\sigma\xi$　C、$\eta=\dfrac{\xi-a}{\sigma^2}$　D、$\eta=a+\sigma^2\xi$

4、设ξ服从[0，1]上的均匀分布，$\eta=1-2\xi$ 则(　　)。

A、η 服从[－1，1]上的均匀分布　　B、η 服从[0，1]上的均匀分布

C、η 的密度函数 $\varphi_\eta(y)=\begin{cases}0 & -1\le y\le 1\\ 1 & \text{其余}\end{cases}$　　D、η 在 $[0,\dfrac{1}{2}]$ 上服从均匀分布

5、设 $\varphi(x)$ 是某随机变量ξ的密度函数，则有(　　)。

A、$0\le\varphi(x)\le 1$　B、$\varphi(x)$ 单调不减　C、$\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=1$　D、$\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(x)dx=1$

6、将一枚硬币抛掷三次，设头两次抛掷中出现正面的次数为 ξ，第三次抛掷出现正面的次数为 η，二维随机变量 (ξ,η) 所有可能取值的数对有(　　)。

A、2 对　B、6 对　C、3 对　D、8 对

7、设随机变量ξ与η相互独立，且有相同的分布列

ξ或η	-1	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则下列结论正确的是(　　)。

A、$\xi=\eta$　　　　B、$\xi+\eta=2\xi$

C、$\xi-\eta=0$　　　　D、$\max(\xi,\eta)$的分布为

$\max(\xi,\eta)$	-1	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

8、设随机变量ξ服从$\lambda=2$的泊松分布。则随机变量$\eta=2\xi$的方差$D(2\xi)=($　　$)$。

A、8　　B、4　　C、2　　D、16

9、样本($X_1,\cdots X_n$)取自概率密度为$\varphi(x)$的总体，则有(　　)。

A、$X_i\sim\varphi(x)(i=1,2,\cdots,n)$　　B、$\min(X_1,X_2,\cdots X_n)\sim\varphi(x)$

C、$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\sim\varphi(x)$　　D、$\sum_{i=1}^{n}X_i$与$\sum_{i=1}^{n}X_i^2$独立

10、设X_1，X_2，$\cdots X_n$是来自正态总体$X\sim N(\mu_0,\ \sigma^2)$的样本$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})$，

则统计量$T=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$服从(　　)。

A、$T\sim N(0,\ 1)$　　B、自由度为$n-1$的t分布

C、自由度为n的t分布　　D、自由度为$n-1$的χ^2分布

二．计算（本题共 11 小题，共 110 分）

1、（本题 8 分）设A,B为两相互独立的事件，$P(A\cup B)=0.8,P(A)=0.5$，求$P(B)$。

2、（本题8分）从放有5个白球和3个黑球的袋中连续取两个球（取后不放回袋中），求两次都取得白球的概率。

3、（本题8分）设事件A在每一次试验中发生的概率为0.3，当A发生不少于3次时，指示灯发出信号，现进行了五次独立试验，求指示灯发出信号的概率。

4、（本题8分）设随机变量ξ服从参数$\lambda=\dfrac{1}{2}$的指数分布，求：(1) 写出概率密度函数$\varphi(x)$；(2) 事件“$-2\le\xi<6$”的概率。

5、（本题10分）甲乙两人独立地向目标进行射击，甲的命中率为0.6，乙的命中率为0.4，两人各射2发，命中次数多的获胜，求乙胜甲的概率。

6、（本题18分）设随机变量(ξ,η)的概率密度为$\varphi(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{8}(x+y) & 0<x\le 2, 0<y\le 2\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，

求$E(\xi),D(\xi),D(\eta),D(\eta)$及$\xi,\eta$的相关系数$\rho_{\xi\eta}$。

7、（本题10分）在相同条件下，对某物的长度进行n次独立地测量，设各次测量的结果均服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，试求n次测量结果的平均长度的数学期望和方差。

8、（本题12分）某批产品的次品率是0.005，试求作意抽取10000件产品中次品数不多于70件的概率。

9、（本题8分）设某种灯泡的使用寿命服从参数λ的指数分布，今抽取20个灯泡测得使用寿命数据如下：(单位：小时) 20, 25, 39, 52, 69, 105, 136, 150, 280, 300, 330, 420, 460, 510, 630, 180, 200, 230, 828, 1150，求λ的最大似然估计量。

10、（本题10分）设总体$X\sim N(\mu,0.09)$现获得6个观察值:15.1, 15.2, 14.8, 14.9, 15.1, 14.6 求总体均值μ的98%的置信区间。

11、（本题10分）正常人的脉搏平均为72次/分，今对某种疾病患者9人，测得其脉搏为（次/分）：

68 65 77 70 64 69 72 62 71

设患者的脉搏次数X服从正态分布，经计算得其标准差为4.583。试在显著水平α=0.05下，检测患者的脉搏与正常人的脉搏有无显著差异？

三. 证明（本题共2小题，共20分）

1、（本题10分）$X\sim N(a,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为X的一个样本，证明：

$$E\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2\right]=(n-1)\sigma^2 .$$

2、（本题 10 分）设总体 X 的期望 EX，方差 DX 均存在，x_1,x_2 是 X 的一个样本，试证明统计量 (1) $f_1(x_1,x_2)=\frac{1}{3}x_1+\frac{2}{3}x_2$，(2) $f_2(x_1,x_2)=\frac{1}{6}x_1+\frac{5}{6}x_2$ 都是 EX 的无偏估计量，并说明那一个较为有效？

附：标准正态分布函数表 $\Phi_0(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u}e^{-\frac{x^2}{2}}dx$：

$\Phi_0(1)=0.8413$，$\Phi_0(1.45)=0.926$，$\Phi_0(1.64)=0.95$，$\Phi_0(1.96)=0.975$,

$\Phi_0(2)=0.9772$，$\Phi_0(2.33)=0.99$，$\Phi_0(2.57)=0.995$，$\Phi_0(2.84)=0.9977$，

$\Phi_0(x)=1, x>4$.

t 分布表 $P\{|t(n)|>t_\alpha\}=\alpha$：

$t_{0.01}(5)=4.03$，$t_{0.01}(6)=3.71$，$t_{0.02}(5)=3.36$，$t_{0.02}(6)=3.14$，$t_{0.05}(8)=2.306$，

$t_{0.05}(9)=2.262$，$t_{0.05}(10)=2.228$.