

# 汕头大学 2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：601

科目名称：数学（理）

适用专业：环境科学

考生须知

答案一律写在答题纸上，答在  
试题纸上的不得分！请用黑色字迹  
签字笔作答，答题要写清题号，不  
必抄原题。

一. (20 分, 共 3 小题)

1. 已知  $P(A) = 0.1, P(B) = 0.3, P(A|B) = 0.2$ , 求

$$(1) P(AB) \quad (2) P(A \cup B) \quad (3) P(B|A) \quad (4) P(\overline{A\overline{B}}).$$

2. 设随机变量  $\xi$  与  $\eta$  的方差,  $D(\xi) = 25, D(\eta) = 36$ , 相关系数  $\rho(\xi, \eta) = 0.4$ ,

试求  $D(\xi + \eta), D(\xi - \eta)$ .

3. 设  $\xi$  与  $\eta$  相互独立,  $P\{\xi = 0\} = P\{\xi = 1\} = \frac{1}{2}, P\{\eta < x\} = x \quad (0 \leq x \leq 1)$ , 求

$$P\left\{\xi\eta < \frac{1}{4}\right\}.$$

二. (12 分) 在总体  $N(52, 60^2)$  中随机抽取一容量为 25 的样本, 求样本均值  $\bar{x}$  落在 50.8 与 55.8 之间的概率。

三. (12 分) 人们为了解一支股票未来一定时期内价格的变化, 往往会去分析影响股票价格的基本因素, 比如利率的变化。现假设人们经分析估计利率下调的概率为 60%, 利率不变的概率为 40%。根据经验, 人们估计, 在利率下调的情况下, 该支股票价格上涨的概率为 80%, 而在利率不变的情况下, 其价格上涨的概率为 40%, 求:

(1) 该支股票价格上涨的概率。

(2) 在股票价格已经上涨的情况下, 试判断它是由利率下调引起的概率。

四. (22 分, 共 2 小题)

1. 设连续型随机变量  $\xi$  的密度函数为:  $\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin x & 0 \leq x < \pi \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ , 求  $P\left\{\xi \geq \frac{\pi}{3}\right\}$ .

## 汕头大学 2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

2. 一袋中有 3 只白球, 2 只黑球, 3 只红球, 在其中任取 2 只球, 以  $\xi$  表示取到白球的只数, 以  $\eta$  表示取到黑球的只数, 求  $E(\xi)$  及  $E(\eta)$ .

五. (22 分, 共 2 小题)

1. 设总体  $X \sim N(\mu, 0.09)$ , 现获得 6 个观察值: 15.1, 15.2, 14.8, 14.9, 15.1, 14.6, 求总体均值  $\mu$  的 98% 的置信区间。

2. 假定某厂生产一种钢索, 它的断裂强度  $\xi$  ( $\text{kg/cm}^2$ ) 服从正态分布  $N(\mu, 40^2)$ . 从中选取一个容量为 9 的样本, 得  $\bar{X} = 780 \text{kg/cm}^2$ . 能否据此样本认为这批钢索的断裂强度为  $800 \text{kg/cm}^2$  ( $\alpha = 0.05$ )?

六. (14 分) 一家有 800 间客房的宾馆的每间客房内装有一台 2 千瓦的空调机. 若该宾馆夏季的开房率为 70%, 试用中心极限定理计算, 至少应供应多少千瓦的电力, 才能使该宾馆至少以 99% 的概率保证有充足的电力开动空调机 (假设该宾馆各个房间是否开房是相互独立的)?

七. (24 分, 共 2 小题)

1. 设二维随机变量  $(X, Y)$  服从平面区域  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$  上的均匀分布,

(1) 求  $(X, Y)$  的边缘概率密度函数  $f_X(x)$  和  $f_Y(y)$ ;

(2) 问:  $X$  与  $Y$  是否相互独立?

2. 某商品一周销售是一随机变量其密度为: 
$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{100} e^{-x/100} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

且各周销售量相互独立, 求两周的平均销售量不少于 100 的概率。

# 汕头大学 2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

八. (24分, 共2小题)

1. 设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是取自总体  $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$  的一个样本, 求:

- (1) 写出样本均值  $\bar{X}$  与样本方差  $S^2$  的表达式;
- (2) 求  $E(\bar{X})$ 、 $D(\bar{X})$ ;
- (3) 求  $\bar{X}$  所服从的分布。

2. 设  $\hat{\theta}$  是参数  $\theta$  的无偏估计且有  $D(\hat{\theta}) > 0$ , 问  $(\hat{\theta})^2$  是否为  $\theta^2$  的无偏估计? 证明你的论断。

附录. 标准正态分布函数表  $\Phi_0(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ :

$$\Phi_0(0.02) = 0.5080, \quad \Phi_0(0.06) = 0.5239, \quad \Phi_0(0.32) = 0.6255,$$

$$\Phi_0(0.10) = 0.5398$$

$$\Phi_0(1.28) = 0.9, \quad \Phi_0(1.64) = 0.95, \quad \Phi_0(1.96) = 0.975,$$

$$\Phi_0(2.33) = 0.99, \quad \Phi_0(2.06) = 0.98, \quad \Phi_0(2.57) = 0.995.$$

$t$  分布表  $P\{|t(n)| > t_\alpha\} = \alpha$ :

$$t_{0.01}(5) = 4.032, \quad t_{0.01}(6) = 3.707, \quad t_{0.02}(5) = 3.365, \quad t_{0.02}(6) = 3.143,$$

$$t_{0.025}(8) = 2.306, \quad t_{0.025}(9) = 2.262, \quad t_{0.05}(8) = 1.8595, \quad t_{0.05}(9) = 1.8331.$$