

2020 年攻读浙江财经大学硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：601 科目名称：高等数学

答案请写答题纸上

一、选择题（1~8 小题，每小题 4 分，共 32 分。下面给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。请将选项前的字母填在答题纸指定的位置）

1. 已知极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an + b} - \sqrt{n^2 + 1}) = 1$, 则 a, b 的值分别为 ()

A. $a = 1, b = 2$ B. $a = 2, b = 1$ C. $a = 1, b$ 任意 D. $a = 2, b$ 任意

2. 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x^{2^n}}{1+x^{2^n}} x$, 讨论 $f(x)$ 的间断点, 其结论是 ()

A. 不存在间断点 B. $x = 0$ 为其第一类间断点
 C. $x = \pm 1$ 为其第一类间断点 D. $x = \pm 1$ 为其第二类间断点

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x), g(x)$ 均是 x 的同阶无穷小量, 则下列命题正确的是 ()

A. $f(x) + g(x)$ 一定是 x 的高阶无穷小 B. $f(x) - g(x)$ 一定是 x 的高阶无穷小
 C. $f(x)g(x)$ 一定是 x 的高阶无穷小 D. $\frac{f(x)}{g(x)}$ 一定是 x 的高阶无穷小

4. 设 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{2^{f(x)} - 1} = 1$, 则 $f'(0) =$ ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 设连续函数 $f(x)$ 满足关系式 $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} f(t^2) dt + e$, 则 $f(x) =$ ()

A. $\frac{1}{2}(e^{\sqrt{x}} + e)$ B. $\frac{1}{3}(e^{\sqrt{x}} + 2e)$ C. $e^{\sqrt{x}}$ D. $e^{2\sqrt{x}-1}$

6. 设 D 是 xOy 平面上以 $A(1,1), B(-1,1), C(-1,-1)$ 为顶点的三角形, D_1 是 D 的第一象限部分, 则二重积分 $\iint_D (xy + \cos x \sin y) d\sigma$ 为 ()

A. $2 \iint_{D_1} \cos x \sin y d\sigma$ B. $2 \iint_{D_1} xy d\sigma$
 C. $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) d\sigma$ D. 0

7. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $z + x = yf(x^2 - z^2)$ 确定, 其中 $f(u)$ 可导, 则

$$z \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \quad (\quad)$$

- A. x B. y C. z D. $yf(x^2 - y^2)$

8. 当 $-1 \leq x < 1$ 时, 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$ 的和函数是 (\quad)

- A. $\ln(1-x)$ B. $-\ln(1-x)$ C. $\ln(x-1)$ D. $-\ln(x-1)$

二、填空题 (9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上)

9. 设 $f(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} t(1 + \frac{1}{x})^{2tx}$, 则 $f'(t) = \underline{\hspace{10em}}$.

10. 设函数 $z = \arctan \frac{x+y}{x-y}$, 则全微分 $dz = \underline{\hspace{10em}}$.

11. 设 $f(x)$ 在点 x_0 处有连续的导数, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{x - x_0} = a > 0$, 则 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极 值.

12. 二次积分 $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy = \underline{\hspace{10em}}$.

13. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n + 3^n)x^n}{n}$ 的收敛半径 $R = \underline{\hspace{10em}}$.

14. 微分方程 $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}$ 满足条件 $y(0) = 1, y'(0) = 1$ 的特解为

 .

三、解答题 (15~23 小题, 共 94 分. 请将答案写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题满分 10 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{2}{x}} - e^2 [1 - \ln(1+x)]}{x}$.

16. (本题满分 12 分)

设函数 $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt[x]{x}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$,

讨论 $f(x)$ 的连续性, 求 $f(x)$ 的单调区间、极值与渐近线.

17. (本题满分 10 分)

计算定积分 $\int_0^3 \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} dx$.

18. (本题满分 10 分)

设 $f(x, y)$ 可微, 且 $f(1, 2) = 1$, $f'_x(1, 2) = 2$, $f'_y(1, 2) = 3$,

$\varphi(x) = f(f(x, 2x), 2f(x, 2x))$, 求 $\varphi'(1)$.

19. (本题满分 10 分)

计算二重积分 $\iint_D \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}} dxdy$,

其中 D 是曲线 $y = -1 + \sqrt{1 - x^2}$ 和直线 $y = -x$ 所围成的平面区域.

20. (本题满分 10 分)

判断级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n} + (-1)^n}{n-1}$ 的敛散性.

21. (本题满分 10 分)

求微分方程 $y' = \frac{1}{xy + y^3}$ 的通解.

22. (本题满分 12 分)

过点 $(3, 1)$ 作抛物线 $C: y = \sqrt{x-2}$ 的切线 L , 由 C , L 及 x 轴所围成的平面图形为 D ,

求 (1) D 的面积 S ;

(2) D 绕着 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V_x .

23. (本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 内连续、可导, $f(a) > 0$, 且当 $x > a$ 时, $f'(x) < k < 0$ (r)

(k 为常数), 证明: 方程 $f(x) = 0$ 在 $(a, a - \frac{f(a)}{k})$ 内有且仅有一实根.