

西安建筑科技大学

2019 年攻读硕士学位研究生招生考试试题

(答案书写在本试题纸上无效。考试结束后本试题纸须附在答题纸内交回) 共 2 页

考试科目: _____ (621) 高等数学与线性代数 _____

适用专业: _____ 物理学 _____

一、单项选择题 (共 5 题, 每题 5 分, 共 25 分)

1、二次积分 $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y) dx$ 交换积分次序后的结果应为 【 】

(A) $\int_0^1 dx \int_{x^2}^1 f(x,y) dy$ (B) $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y) dy$

(C) $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^1 f(x,y) dy$ (D) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x,y) dy$

2、若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, 则 【 】

(A) 当 $g(x)$ 为任意函数时, 有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$

(B) 当 $g(x)$ 为有界函数时, 有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$

(C) 当 $g(x)$ 为常数时, 有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$

(D) 仅当 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ 时, 有 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$

3、对于级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2}$ (α 为常数), 则该级数 【 】

(A) 条件收敛 (B) 发散

(C) 绝对收敛 (D) 是否收敛与 α 有关

4、当 $x \rightarrow 0$ 时, $\frac{1}{4}(\cos 3x - \cos x)$ 是 x^2 的 【 】

(A) 高阶无穷小 (B) 同价无穷小, 但不是等价无穷小

(C) 低阶无穷小 (D) 等价无穷小

5、设 A 为 n 阶可逆矩阵, 则下列说法错误的是 【 】

(A) $|A| \neq 0$ (B) A 的特征值均非零

(C) $R(A) = n$ (D) $Ax = 0$ 有非零解

二、填空题 (共 5 题, 每空 5 分, 共 25 分)

6、设 A, B 为 n 阶方阵, 且 $E + AB$ 与 $E + BA$ 均可逆, 则 $(E + BA)^{-1} =$ _____

7、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}$ 的收敛域为 _____

8、函数 $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z$ 在点 $M(1,1,1)$ 处的最小方向导数为 _____

9、设函数 $f(x) = \begin{cases} (1-ax)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \\ e, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ _____

10、设 L 是圆周 $x^2 + y^2 = 2x$ 位于 x 轴上方的部分, 则曲线积分 $\int_L (x^2 + y^2 - 2x + 1) ds =$ _____

三、解答题与证明题 (共 10 题, 每题 10 分, 共 100 分)

11、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{\sin x} \right)$

12、求向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 3), \alpha_2 = (0, 1, 2), \alpha_3 = (1, 1, 1)$ 的秩和一个极大无关组.

13、已知由 $y = \frac{\pi}{2} - x \sin y$ 确定了函数 $y = f(x)$, 求 $f'(0)$

14、设 $f(x) = \ln x + \int_1^e f(x) dx$, 求函数 $f(x)$ 的表达式

15、计算积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} dx$

16、求位于曲线 $y = e^x$ 下方、该曲线上点 $(1, e)$ 处切线的左方及 x 轴上方的平面图形的面积及该图形绕 x

轴旋转一周所成旋转体的体积.

17、求微分方程 $y'' + y' - 2y = 2x + 1$ 的通解.

18、计算 $I = \int_L (e^x \sin y - 2y - 1)dx + (e^x \cos y - 2)dy$, 其中 L 为沿上半圆周 $x^2 + y^2 = 2x$ 由点 $A(2, 0)$ 到点 $O(0, 0)$ 的一段弧.

19、求函数 $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$ 的极值.

20、设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且 $f(x) > 0$, $F(x) = \int_a^x f(t)dt + \int_b^x \frac{1}{f(t)} dt$, $x \in [a, b]$. 证明方程 $F(x) = 0$ 在 (a, b) 有且仅有一根.