2020年攻读浙江财经大学硕士学位研究生入学考试试题

科目代码： 892　科目名称：概率论

答案请写答题纸上

一、填空题（20分，每题2分）

1. 10件产品中有4件不合格品，从中任取两件，已知所取两件中有一件是不合格品，则另一件也是不合格品的概率为_____。

2. 设事件A与B独立，A与B都不发生的概率为1/9，A发生B不发生的概率与B发生A不发生的概率相等，则A发生的概率为_____。

3. 任取两个正的真分数，则它们的乘积大于1/4的概率为_____。

4. 同时掷出10个骰子5次，则至少有一次全部掷出一个点的概率为_____。

5. 设某条昆虫的产卵数服从参数为 λ 的泊松分布，又设一个卵能孵化为昆虫的概率等于 p. 如果卵的孵化是相互独立的，则该昆虫的下一代有 k 条虫的概率为_____。

6. 已知随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{x^2-4x+4}{2\sigma^2}}$，$-\infty<x<+\infty$，且 $P(2<X<4)=0.3$，则 $P(X<0)=$_____，$E(X^2)=$_____。

7. 假设球的直径服从 $[1,2]$ 上的均匀分布，则球的体积V的密度函数

$f(v)=$_____。

8. 设随机变量 $X\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4}\end{pmatrix}$，$Y\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$，$Cov(X,Y)=\dfrac{1}{8}$，

则 (X,Y) 的联合概率分布列为_____。

9. 随机变量 X 服从均值为 10 的指数分布，随机变量 Y 服从 [1，4] 区间上的均匀分布，且 X 与 Y 的相关系数 $r=\frac{1}{\sqrt{3}}$，则 $E(X-2Y)=$_____，$D(X-2Y)=$_____。

10. 设随机变量 $X\sim N(0,1)$，随机变量 Y 的概率分布列为 $\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1/2 & 1/2\end{pmatrix}$，且 Y 与 X 独立，则 $2X+3Y+1$ 的特征函数为_____。

二、计算题 （120 分, 每题 20 分）

1.考生的报名表来自三个地区，分别有 10 份、15 份、25 份，其中女生的分别为 3 份、7 份、5 份。随机地从一地区先后无放回任取 2 份报名表，求：

（1）后取的那份报名表是女生的概率；（10 分）

（2）已知后取到的报名表是男生的，而先取的那份报名表是女生的概率。（10 分）

2. 某箱装有 100 件产品，其中一、二、三等品分别为 80、10、10 件。现在从中随机地抽取一件，记 $X_i=\begin{cases}1, & 若抽到第i等品\\ 0, & 否则\end{cases}$，$i=1,2$。

（1）求（X_1，X_2）的联合概率分布列；（5 分）

（2）求 X_1 与 X_2 的相系数；（5 分）

（3）求 X_2 关于 X_1 的条件概率分布；（5 分）

（4）$E(X_2|X_1=0)$。（5 分）

3. 在长为 1 的线段上任取两点 M_1 和 M_2，设 Z 为线段 M_1M_2 的长度。

（1）求 Z 的分布函数；（6 分）

（2）求 Z 的数学期望 $E(Z)$；（7 分）

（3）求 Z 的方差 $D(Z)$。（7 分）

4. 设随机变量 X, Y 相互独立，且均服从参数为 1 的指数分布。构造两个随机变量函数：$U=X-Y$，$V=\dfrac{Y}{X-Y}$。

（1）求（U，V）的联合密度函数；（10 分）

（2）求 U、V 的边际密度函数，并判断 U 与 V 是否独立。（10 分）

5. 设随机向量（$\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{Y}$）的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{Ae^{-x/y}e^{-y}}{y}, & 0<x<\infty, 0<y<\infty \\ 0\ , & \text{其它}\end{cases}$$

（1）求系数 A；（5 分）

（2）求 Y 的边缘概率密度 $f_2(y)$；（5 分）

（3）求 $P\{(X,Y)\in D\}$，其中 $D=\{(x,y):0<x<y<1\}$；（5 分）

（4）求 $P\{X>1|Y=2\}$。（5 分）

6. 某电话交换台有 n 台分机，在一段时间内每台分机使用外线的概率为 10%。试应用中心极限定理求解下列问题：

（1）若电话交换台有 20 条外线，问最多可装多少台分机才能以 99.5%的把握保证使用外线畅通？（10 分）

（2）若 n=200，问至少应配备多少条外线，才能以 95%的把握保证使用外线畅通？（10 分）

附标准正态分布表：

x	1.645	2.58
$\Phi(x)$	0.95	0.995

三、证明题（10 分）

设 $\{\xi_n, n\geq 1\}$ 为独立同分布随机变量序列，均服从 [0, 1] 区间上的均匀分布，令 $\eta_n=\min\{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_n\}$。求证：$\eta_n \xrightarrow{p} 0$。