

广东工业大学

2021 年硕士学位研究生招生考试试题

考试科目（代码）名称：(870)数值分析

满分 150 分

(考生注意：请在答题纸答题区域作答，否则答题无效。答卷封面需填写自己的准考证编号，答完后连同本试题一并交回！)

一、填空题（每小题 6 分，共 60 分）

1、用 $1+x$ 近似表示 e^x 所产生的误差是()误差。

2、若 $f(x) = x^3 + x + 2$ ，则 $f[1,2,3] = ()$ ， $f[0,1,2,3] = ()$ 。

3、插值型求积公式 $\sum_{k=0}^n A_k f(x_k) \approx \int_a^b f(x) dx$ 至少具有()次代数精度，而 Gauss 求积公式至少具有()次代数精度。

4、若 $X = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ ，则 $\|X\|_{\infty} = ()$ ， $\|X\|_1 = ()$ 。

5、设 $A = \begin{pmatrix} 100 & 99 \\ 99 & 98 \end{pmatrix}$ ，则 $\text{cond}(A)_{\infty} = ()$ 。

6、用杜利特尔分解 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 7 \\ -2 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ 时， a, b 的值分别是()

和()。

7、若 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ ，则其谱半径 $\rho(A) = ()$ 。

8、对任意初始向量 $x^{(0)}$ 及常向量 g ，迭代过程 $x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g$ 收敛的充要条件是()。

9、用简单迭代法求方程 $f(x) = x^3 - x - 1$ 的正实根，迭代格式 $x_{k+1} = \sqrt[3]{x_k + 1}$ ，($k = 0, 1, 2, \dots$) 是()阶收敛的。

10、若 $f(x) = (x-1)^3, x \in [0, 1]$ ，则 $\|f\|_2 = ()$ 。

二、综合题 (1-6 题, 每题 10 分, 7-8 题, 每题 15 分, 共 90 分)

1、在 $-4 \leq x \leq 4$ 上给出 $f(x) = e^x$ 的等距节点函数表, 若用二次插值求 e^x 的近似值, 要使截断误差不超过 10^{-6} , 问使用函数表的步长 h 应取多少?

2、设有某实验数据如下表, 试用最小二乘法求一次多项式拟合表中的数据。

x_i	1.36	1.73	1.95	2.28
y_i	14.094	16.844	18.475	20.963

3、确定下列求积公式中的待定参数, 使其代数精度尽量高, 并指明所构造出的求积公式所具有的代数精度。

$$\int_{-2h}^{2h} f(x) dx \approx A_{-1} f(-h) + A_0 f(0) + A_1 f(h);$$

4、设方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2, \end{cases} \quad (a_{11}, a_{22} \neq 0)$$

的迭代公式为

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^{(k)}), \\ x_2^{(k+1)} = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^{(k)}), \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

证明: 由上述迭代公式产生的向量序列 $\{x^{(k)}\}$ 收敛的充分必要条件是 $r = \left| \frac{a_{12}a_{21}}{a_{11}a_{22}} \right| < 1$ 。

5、利用反幂法求矩阵

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

的最接近于 6 的特征值及对应的特征向量。

6、用梯形法求解初值问题

$$\begin{cases} y' = x + y, 0 \leq x \leq 0.5 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

取步长 $h=0.1$ ，并与准确解 $y = -x - 1 + 2e^x$ 相比较。

7、应用牛顿法于方程 $f(x) = 1 - \frac{a}{x^2} = 0$ ，

- (1) 导出求 \sqrt{a} 的迭代公式；
- (2) 证明此迭代公式是二阶收敛的；
- (3) 用此公式求 $\sqrt{115}$ 的值。

8、证明：

- (1) 如果 A 是对称正定阵，则 A^{-1} 也是正定阵；
- (2) 如果 A 是对称正定阵，则 A 可唯一写成 $A = L'L$ ，其中 L 是具有正对角元的下三角阵。

