

**硕士研究生招生考试**

**加试**

**泛函分析 考试大纲**

(科目代码： )

学院名称(盖章)： 数学与统计学院

学院负责人(签字)：

编 制 时 间： 2021年 7 月2 日

**泛函分析 考试大纲**

**第一章 度量空间与线性赋范空间**

 **考试要点：**

 度量空间的概念，例子；度量空间中的收敛性与连续性；稠密性；可分性；Cauchy列与度量空间的完备性；压缩映像原理及其应用；线性赋范空间的概念，例子；Banach空间的概念。

 **考试内容：**

 第一节 度量空间的概念与例子

 距离及度量空间的定义；例子（欧氏空间；连续函数空间；数列空间等）。

 第二节 度量空间中的极限稠密性可分空间

 领域的概念；收敛点列；有界集；具体空间中收敛性的意义；稠密性与可分空间的概念；不可分空间的例子。

1. 连续映射

映射连续性的各种定义及其等价性。

1. Cauchy点列与完备度量空间

 度量空间中Cauchy点列的概念；完备度量空间的定义；完备度量空间与不完备度量空间的各类例子；度量空间闭子空间的完备性。

1. 度量空间的完备化

 等距同构；度量空间的完备化定理；

1. 压缩映像原理及其应用

压缩映像的定义；压缩映像原理；在隐函数定理及常微分方程中的应用。

1. 线性空间

 本节内容为线性空间的基本概念。因学生已在高等代数课程中学过有限维空间的有关内容，故只需简要回顾并强调无限维线性空间的特征即可。

1. 线性赋范空间和Banach空间

 范数，线性赋范空间和Banach空间的概念；依范数收敛；空间；空间；空间；空间；空间；空间；有限维赋范空间的拓扑同构性。

 **考核要求：**

 掌握度量空间，线性赋范空间和Banach空间的概念和性质；掌握映射连续性，度量空间的完备性等概念；熟悉空间，空间，空间，空间，空间，空间；透彻理解压缩映像原理及其简单应用。能独立解答基本的习题。

**第二章 线性有界算子和线性连续泛函**

 **考试要点：**

 线性有界算子，线性连续泛函，线性算子空间，共轭空间。

 **考试内容：**

 第一节 线性有界算子与线性连续泛函

 线性有界算子与线性连续泛函的概念，例子，有界与连续的等价性，线性有界算子零空间的性质，算子范数。

 第二节 线性算子空间和共轭空间

 线性算子空间的结构及其完备性，共轭空间，保距算子，同构映照，同构，一些具体空间的共轭空间。

 **考核要求：**

 掌握线性有界算子，线性连续泛函，有界性，连续性，算子范数，共轭空间，保距算子，同构映照，同构等基本概念；掌握有界与连续的等价性定理，基本定理；能够计算简单的算子范数和一些具体空间的共轭空间。能独立解答基本的习题。

**第三章 内积空间和Hilbert空间**

 **考试要点：**

 内积空间，投影定理，Hilbert空间，就范直交系，Hilbert空间上线性连续泛函的表示。

 **考试内容：**

 第一节 内积空间的基本概念

 内积空间与Hilbert空间的定义，平行四边形公式，内积空间的判定。

 第二节 投影定理

 点到集合的距离，凸集，极小化向量定理，集合的正交，Hilbert空间的正交分解，投影算子及其性质。

1. Hilbert空间中的就范直交系

 就范直交系，Fourier系数集，Bessel不等式，Parseval恒等式，完全就范直交系的定义与判定, Fourier展式，Gram-Schmidt正交化过程，Hilbert空间的同构。

1. Hilbert空间上的线性连续泛函

Riesz表示定理，共轭算子及其性质。

1. 自伴算子、 酉算子和正常算子

自伴算子、 酉算子和正常算子的基本概念与简单性质。

 **考核要求：**

 掌握内积空间，Hilbert空间，平行四边形公式，就范直交系，Bessel不等式，Parseval恒等式，Fourier展式，投影算子，共轭算子，自伴算子，酉算子和正常算子等基本概念；掌握极小化向量定理，投影定理，完全就范直交系的判定定理, Riesz表示定理等基本定理的内容与证明；能独立解答基本的习题。

 **第四章 Banach空间中的基本定理**

 **考试要点：**

 Hahn-Banach延拓定理，Riesz表示定理，线性赋范空间中的共轭算子，

1. 泛函延拓定理

次线性泛函，Hahn-Banach泛函延拓定理的实形式、复形式及其推论。

1. 的共轭空间、Riesz表示定理
2. 共轭算子
3. 线性赋范空间中共轭算子的定义及性质。
4. 纲定理和一致有界性定理

第一纲集，第二纲集，Baire纲定理, 一致有界性定理强收敛、弱收敛和一致收敛

 强收敛、弱收敛、弱\*收敛和一致收敛的定义，例子，相互关系，强收敛的充要条件。

1. 逆算子定理

 逆算子定理及其证明。

1. 闭图象定理

 线性算子的图象，闭算子，闭图象定理。

 **考核要求：**

 掌握本章涉及到的所有基本概念，基本定理；由于Hahn-Banach延拓定理，Riesz表示定理，Baire纲定理，逆算子定理，闭图象定理是泛函分析基础理论的主要构成部分，要求熟练掌握这些内容；能独立解答基本的习题。

 **第五章 线性算子的谱**

 **考试要点：**

 简要介绍线性算子的谱的概念，基本性质。

 谱的概念

正则算子，正则点，正则集，谱点，特征值，特征向量，点谱，连续谱，例子。

1. 线性有界算子谱的基本性质

谱集的闭性。

 **考核要求：**

 了解线性算子的谱的概念，基本性质。

 **三、参考书目**

 1、 程其襄等，《实变函数与泛函分析基础》，高等教育出版社， 1983， 第一版。

2、 王声望， 郑维行，《实变函数与泛函分析概要》，第二册，高等教育出版社，1992，第二版。

3、 夏道行等，《实变函数论与泛函分析》，下册，高等教育出版社， 1985，第二版。