XB

**硕士研究生招生考试**

**综合考试（近世代数、泛函分析、常微分方程、解析几何）科目大纲**

(科目代码：945)

学院名称(盖章)： 数学与统计学院

学院负责人(签字)：

编 制 时 间： 2021年 7 月2 日

**数学综合考试（近世代数、泛函分析、常微分方程、解析几何）科目大纲**

(科目代码：945)

**本门考试包含四门课程：近世代数、泛函分析、常微分方程、解析几何，总分为100分，其中近世代数和泛函分析分别占20分到25分，解析几何及常微分方程分别占25到30分。**

**近世代数**

**第一章 基本概念**

**考试要点：**

要让学生掌握一些基本概念：代数运算、结合律、交换律、分配律、同态与同构、等价关系与集合分类的定义；理解结合律、交换律、分配律的作用以及同态满射保持结合律、交换律、分配律这些数学事实；熟练应用等价关系与集合分类可以相互决定这一结论。

**考试内容：**

第一节 代数运算与算律

主要讲授代数运算的定义及例子，结合律及其性质，交换律及其性质，分配律及其性质等。

第二节 同态与同构

主要介绍两个带有代数运算的集合之间的保持代数运算的映射、满射及双射以及它们各自的性质。

第三节 等价关系与集合分类

主要介绍等价关系与集合分类这两个概念以及等价关系与集合分类这二者之间的关系。

**考核要求：**

要让学生识记代数运算、结合律、交换律、分配律、同态与同构、等价关系与集合分类的定义；领会结合律、交换律、分配律的作用；领会同态满射保持结合律、交换律、分配律，等价关系与集合分类可以相互决定这些数学事实。

**第二章 群论**

**考试要点：**

要让学生掌握有关群的一些基本概念：群、变换群、置换群、循环群、子群、陪集、不变子群、商群；判断群、子群、不变子群、商群的方法；理解群论的一些重要结论：Cayley 定理、Lagrange定理、群的同态基本定理。

**考试内容：**

第一节 群的定义与基本性质

介绍群的两种定义的等价性。对有限群给出第三种定义。介绍群的消去律、以及群中的元的阶的性质。介绍群的同态。

第二节 变换群

介绍变换的概念；给出变换群的定义；介绍一个集合的最大变换群、最小变换群；介绍Cayley定理。

第三节 置换群

介绍*n*次对称群*Sn*的概念；介绍*Sn*中的每个置换都可以表成互相没有共同数字的循环置换的乘积这一重要结论。

第四节 循环群

介绍循环群及其生成元的概念；介绍与循环群的存在问题、数量问题、结构问题有关的结论。

第五节 子群

介绍子群的定义以及判断方法、群的子集生成的子群的特点。

第六节 子群的陪集

定义左同余关系以及右同余关系；确定这两个同余关系的等价类，得出一个群*G*的子群*H*在*G*中的左、右陪集的数目相等这一重要结论。介绍Lagrange定理。

第七节 不变子群、商群

介绍不变子群的定义，给出判断一个子群是不变子群的方法。介绍商群。

第八节 同态与不变子群

介绍子群、不变子群与群的同态之间的关系。

**考核要求：**

学生必须识记并领会有关群的一些基本概念；会利用所学知识判断群、子群、不变子群、商群；学生必须有严格的思维能力以及逻辑推理能力；可以综合应用所学的知识去解决简单群论问题,例如较小阶群的分类问题等。

**第三章 环与域**

**考试要点：**

要让学生掌握有关环与域的一些基本概念：环、交换环、有单位元环、无零因子环、整环、除环、域、子环、子除环、子整环、子域、环的同态、理想、零理想、单位理想、主理想、环中多个元生成的理想、剩余类环、极大理想；理解环论的一些重要结论：不定元存在定理、环的同态基本定理、剩余类环是域的充要条件等。

**考试内容：**

第一节 定义与基本性质

介绍加群、环、交换环、有单位元环、无零因子环、整环、除环、域等基本概念；无零因子环中环的消去律才成立；介绍无零因子环的特征的概念；介绍无零因子环的特征是有限数时，特征是素数这一结论。

第二节 子环、环的同态

介绍子环、子除环、子整环、子域、环的同态等概念；探讨与环的同态有关的环的性质；介绍挖补定理。

第三节 多项式环

介绍含单位元的交换环*R*上的多项式、*R*上的多项式环以及*R*上的未定元等概念；给出*R*上的未定元是存在的这一重要结论。

第四节 理想

介绍环的理想、零理想、单位理想、主理想、环中多个元生成的理想等概念；介绍环的主理想中的元素的特点；给出除环只有零理想和单位理想这一重要结论。

第五节 剩余类环、同态与理想

类比于群论中的商群，在环论中有商环（也叫剩余类环）。给出商环的概念之后，介绍环的同态基本定理；介绍子环、理想与环的同态之间的关系。

第六节 极大理想

给出极大理想的定义；介绍判断一个理想是极大理想的方法，探讨如何利用极大理想去构造域。

第七节 商域

类比于整数环与有理数域之间的关系，介绍一个环的商域的概念，并给出一个无零因子的交换环的商域的存在性与唯一性定理。

**考核要求：**

学生必须识记并领会有关环的若干基本概念；会利用所学知识判断环、子环、子除环、理想、极大理想、商环等；可以综合应用所学的知识去解决简单环论问题。

**第四章 整环里的因子分解**

**考试要点：**

要让学生掌握一些基本概念：不可约元、唯一分解、主理想环、欧氏环；理解关于整环里的因子分解的一些重要结论：一个整环是唯一分解环的充要条件；主理想环是唯一分解环、欧氏环是唯一分解环等。

**考试内容：**

第一节 不可约元、唯一分解

给出整环中元素整除的定义；介绍平凡因子、不可约元、唯一分解、唯一分解环等概念；举例说明，存在不是唯一分解环的整环。

第二节 唯一分解环

介绍一个整环是唯一分解环的充要条件；介绍唯一分解环中与最大公因子的存在问题、数量问题有关的结论。

第三节 主理想环

介绍主理想环，并给出主理想环是唯一分解环这一重要结论。

第四节 欧氏环

介绍欧氏环，并给出欧氏环是唯一分解环这一重要结论。

**考核要求：**

学生必须识记并领会有关整环里的因子分解的若干基本概念；会利用所学知识判断较简单的整环是否为唯一分解环；可以综合应用所学的知识去解决一些简单的关于整环的因子分解的问题。

**三、参考书目**

1、张禾瑞，《近世代数基础》，高等教育出版社，1978年5月修订第1版。

2、吴品三，《近世代数》，高等教育出版社，1979年12月第1版。

3、刘绍学，《近世代数基础》，高等教育出版社，1999年10月第1版。

4、杨永保，《近世代数》，西北师范大学油印本，2000

**常微分方程**

* + 1. **初等积分法**

**考试要点**

准确理解微分方程的一些最基本的概念；按如下两条主线掌握一阶方程的初等积分法：变量分离方程和通过变换可化为变量分离方程的方程，全微分方程和通过积分因子法或分项组合法可化为全微分方程的方程；掌握隐式微分方程的微分消参法和可降阶的高阶微分方程的解法。

**考试内容**

1. 微分方程与解

基本概念：微分方程、阶、解与积分（通解与通积分，特解与积分）、定解问题，通过单摆方程和人口模型等介绍微分方程的背景和建立微分方程求解应用问题的基本方法。

1. 变量可分离方程
2. 变量分离法。
3. 齐次方程

齐次方程和一些齐次方程的变形的解法。

1. 一阶线性方程

一阶线性方程的解法—常数变易法与Bernoulli方程的解法；通过解的一般表达式讨论解的性质。

1. 全微分方程及积分因子

全微分方程的解法和积分因子法、分项组合法。

1. 线素场 欧拉折线

一阶微分方程的几何解释和欧拉折线法。

1. 一阶隐式微分方程

一阶隐式微分方程的微分消参法，特别是Clairaut方程的解法、奇解与包络。

1. 一阶微分方程应用举例

简介

1. 几种可降阶的高阶方程

几种可降阶的高阶微分方程的解法。

**考核要求**

掌握微分方程的基本概念--微分方程、阶、解与积分（通解与通积分，特解与积分）等；掌握变量分离方程和通过变换可化为变量分离方程的方程、全微分方程和通过积分因子法或分项组合法可化为全微分方程的一阶微分方程的解法；掌握隐式微分方程的微分消参法和可降阶的高阶微分方程的解法；能够通过解的一般表达式讨论解的性质，理解和应用奇解概念；通过建立微分方程求解一些应用问题。

* + 1. **基本定理**

**教学要点**

解的存在唯一性定理、延拓定理、解对初值的连续依赖性和可微性定理以及所涉及概念的准确理解，解的存在唯一性定理的详细证明。

**教学内容**

1. 解的存在性与唯一性定理

引进并详细证明解的存在唯一性定理；依据具体例子对定理的条件做详细说明。

1. 解的延展

介绍并证明解的延展定理，示例说明该定理的条件；介绍第一比较定理。

1. 解对初值的连续依赖性

介绍并证明解对初值的连续依赖性定理。

1. 解对初值的可微性

介绍并证明解对初值的可微性定理。

**考核要求**

重点掌握解的存在唯一性定理、延拓定理的内容以及解的存在唯一性定理的证明思想；熟练掌握Picard逼近列、Lipschits条件和延拓概念。

* + 1. **线性微分方程**

**考试要点**

准确理解线性微分方程的一般理论；熟练掌握Liouville公式、常数变易法和常系数线性微分方程的特征根法、比较系数法、Laplace变换；理解振动现象。

**考试内容**

1. 线性方程的一般性质

线性微分方程的解的存在唯一性定理及线性微分算子的性质。

1. n阶线性齐次微分方程

建立齐次线性微分方程的一般理论，得到通解结构定理，证明Liouville 公式并应用到2阶微分方程。

1. n阶线性非齐次方程

n阶线性非齐次方程的通解结构定理与常数变易法。

1. n阶常系数线性齐次微分方程解法

用特征根法解常系数线性齐次微分方程的基本步骤、理论证明、典型示例。

1. n阶常系数线性非齐次微分方程解法

比较系数法的建立、理论证明、典型示例。

1. Laplace变换

介绍Laplace变换以及如何应用Laplace变换求解一些常系数线性非齐次微分方程的Cauchy问题。

1. 2阶常系数线性方程与振动现象

依据线性微分方程的解的表示解释振动现象。

**考核要求**

准确理解线性微分方程的一般理论；熟练掌握Liouville 公式、常数变易法、特征根法、比较系数法和Laplace变换；能够依据解的一般表示讨论解的一些属性。

* + 1. **线性微分方程组**

**考试要点**

准确理解线性微分方程组的一般理论；能够熟练掌握Liouville公式、常数变易法、常系数线性微分方程的特征根法和简单的非齐次方程的解法。

**考试内容**

1. 一阶微分方程组

一阶微分方程组初值问题解的存在唯一性定理。

1. 线性微分方程组的一般概念

一阶线性微分方程组初值问题解的存在唯一性定理。

注：第一节与第二节共2学时

1. 线性齐次微分方程组的一般理论

建立线性齐次微分方程组的一般理论，得到通解结构定理，证明Liouville 公式。

1. 线性非齐次微分方程组的一般理论

线性非齐次微分方程组的一般理论和常数变易法。

1. 常系数线性微分方程组的解法

特征根法—理论证明与方法的熟练应用；简单的非齐次方程的解法。

**考核要求**

准确理解线性微分方程组的一般理论；熟练掌握Liouville 公式、常数变易法和特征根法；能够依据解的一般表示讨论解的一些属性。

* + 1. **定性与稳定性概念**

**考试要点**

二维自治系统初等奇点的分类及其附近的轨线分布；极限环的定义与示例；稳定性概念及其判定定理，分别应用稳定性概念、线性化系统的特征值、Liapunov第二方法讨论自治系统的解的稳定性。

**考试内容**

1. 相平面作图 单摆

自治系统及其轨线的分类与性质。

1. 初等奇点附近的轨线分布

二维自治系统初等奇点的分类—结点、鞍点、焦点、中心及其附近的轨线分布。

1. 极限环举例

极限环的定义与示例。

1. 稳定性概念

稳定性概念、判定定理和判定方法，着重Liapunov第二方法。

**考核要求**

重点掌握二维自治系统初等奇点的分类及其附近的轨线分布；理解稳定性概念及其判定定理，会应用稳定性概念、线性化系统的特征值、Liapunov第二方法讨论自治系统的解的稳定性。

1. **参考书目**
2. 东北师范大学数学系，《常微分方程》，高等教育出版社，1982年。
3. 叶严谦，《常微分方程》，高等教育出版社，1982年（第二版）。
4. 中山大学数学系，《常微分方程》，高等教育出版社，1983年（第二版）。
5. 国家教育委员会师范教育司，《普通高度师范学校数学教育专业（本科）教育教学基本要求（试行）》，首都师范大学出版社，1994。

**泛函分析**

**第一章 度量空间与线性赋范空间**

**考试要点：**

度量空间的概念，例子；度量空间中的收敛性与连续性；稠密性；可分性；Cauchy列与度量空间的完备性；压缩映像原理及其应用；线性赋范空间的概念，例子；Banach空间的概念。

**考试内容：**

第一节 度量空间的概念与例子

距离及度量空间的定义；例子（欧氏空间；连续函数空间；数列空间等）。

第二节 度量空间中的极限稠密性可分空间

领域的概念；收敛点列；有界集；具体空间中收敛性的意义；稠密性与可分空间的概念；不可分空间的例子。

1. 连续映射

映射连续性的各种定义及其等价性。

1. Cauchy点列与完备度量空间

度量空间中Cauchy点列的概念；完备度量空间的定义；完备度量空间与不完备度量空间的各类例子；度量空间闭子空间的完备性。

1. 度量空间的完备化

等距同构；度量空间的完备化定理；

1. 压缩映像原理及其应用

压缩映像的定义；压缩映像原理；在隐函数定理及常微分方程中的应用。

1. 线性空间

本节内容为线性空间的基本概念。因学生已在高等代数课程中学过有限维空间的有关内容，故只需简要回顾并强调无限维线性空间的特征即可。

1. 线性赋范空间和Banach空间

范数，线性赋范空间和Banach空间的概念；依范数收敛；空间；空间；空间；空间；空间；空间；有限维赋范空间的拓扑同构性。

**考核要求：**

掌握度量空间，线性赋范空间和Banach空间的概念和性质；掌握映射连续性，度量空间的完备性等概念；熟悉空间，空间，空间，空间，空间，空间；透彻理解压缩映像原理及其简单应用。能独立解答基本的习题。

**第二章 线性有界算子和线性连续泛函**

**考试要点：**

线性有界算子，线性连续泛函，线性算子空间，共轭空间。

**考试内容：**

第一节 线性有界算子与线性连续泛函

线性有界算子与线性连续泛函的概念，例子，有界与连续的等价性，线性有界算子零空间的性质，算子范数。

第二节 线性算子空间和共轭空间

线性算子空间的结构及其完备性，共轭空间，保距算子，同构映照，同构，一些具体空间的共轭空间。

**考核要求：**

掌握线性有界算子，线性连续泛函，有界性，连续性，算子范数，共轭空间，保距算子，同构映照，同构等基本概念；掌握有界与连续的等价性定理，基本定理；能够计算简单的算子范数和一些具体空间的共轭空间。能独立解答基本的习题。

**第三章 内积空间和Hilbert空间**

**考试要点：**

内积空间，投影定理，Hilbert空间，就范直交系，Hilbert空间上线性连续泛函的表示。

**考试内容：**

第一节 内积空间的基本概念

内积空间与Hilbert空间的定义，平行四边形公式，内积空间的判定。

第二节 投影定理

点到集合的距离，凸集，极小化向量定理，集合的正交，Hilbert空间的正交分解，投影算子及其性质。

1. Hilbert空间中的就范直交系

就范直交系，Fourier系数集，Bessel不等式，Parseval恒等式，完全就范直交系的定义与判定, Fourier展式，Gram-Schmidt正交化过程，Hilbert空间的同构。

1. Hilbert空间上的线性连续泛函

Riesz表示定理，共轭算子及其性质。

1. 自伴算子、 酉算子和正常算子

自伴算子、 酉算子和正常算子的基本概念与简单性质。

**考核要求：**

掌握内积空间，Hilbert空间，平行四边形公式，就范直交系，Bessel不等式，Parseval恒等式，Fourier展式，投影算子，共轭算子，自伴算子，酉算子和正常算子等基本概念；掌握极小化向量定理，投影定理，完全就范直交系的判定定理, Riesz表示定理等基本定理的内容与证明；能独立解答基本的习题。

**第四章 Banach空间中的基本定理**

**考试要点：**

Hahn-Banach延拓定理，Riesz表示定理，线性赋范空间中的共轭算子，

1. 泛函延拓定理

次线性泛函，Hahn-Banach泛函延拓定理的实形式、复形式及其推论。

1. 的共轭空间、Riesz表示定理
2. 共轭算子
3. 线性赋范空间中共轭算子的定义及性质。
4. 纲定理和一致有界性定理

第一纲集，第二纲集，Baire纲定理, 一致有界性定理强收敛、弱收敛和一致收敛

强收敛、弱收敛、弱\*收敛和一致收敛的定义，例子，相互关系，强收敛的充要条件。

1. 逆算子定理

逆算子定理及其证明。

1. 闭图象定理

线性算子的图象，闭算子，闭图象定理。

**考核要求：**

掌握本章涉及到的所有基本概念，基本定理；由于Hahn-Banach延拓定理，Riesz表示定理，Baire纲定理，逆算子定理，闭图象定理是泛函分析基础理论的主要构成部分，要求熟练掌握这些内容；能独立解答基本的习题。

**第五章 线性算子的谱**

**考试要点：**

简要介绍线性算子的谱的概念，基本性质。

谱的概念

正则算子，正则点，正则集，谱点，特征值，特征向量，点谱，连续谱，例子。

1. 线性有界算子谱的基本性质

谱集的闭性。

**考核要求：**

了解线性算子的谱的概念，基本性质。

**三、参考书目**

1、 程其襄等，《实变函数与泛函分析基础》，高等教育出版社， 1983， 第一版。

2、 王声望， 郑维行，《实变函数与泛函分析概要》，第二册，高等教育出版社，1992，第二版。

3、 夏道行等，《实变函数论与泛函分析》，下册，高等教育出版社， 1985，第二版。

解析几何

**一、考核概要**

**（一）、课程性质**

《空间解析几何》是信息与计算科学专业（本科）的核心课程之一。解析几何就是用代数方法研究几何。它把局限于形、相的定性研究推进到可以计算的定量研究的层面。为初等几何提供了新的研究方法；为学习高等代数提供了具体的模型；为学习经典分析准备必要的知识。同时也为力学、物理学以及一切工程技术提供必要的数学工具。

**（二）、学习该课程的目的**

现实的三维空间是人们可直接接触和直接观察的欧氏空间。深入了解三维欧氏空间的结构及其度量性质有助于学生建立起更广泛的“空间”概念以及向n维空间的推广。通过《空间解析几何》课程的学习，掌握解析几何的思想，基本理论和研究方法；积累必要的数学知识；培养学生抽象思维能力、建立数学模型的能力、推理与演算的能力。

**（三）、考核内容**

《空间解析几何》课程的主要内容有向量代数、轨迹与方程、平面及空间中的直线和曲线、几类特殊曲面、二次曲面的一般理论等五个部分。

在空间中引进向量，实质是使空间的几何结构代数的过程。向量的运算能够解决几何中的具有仿射性质的几类基本问题和有关变量的几类基本问题。再通过坐标法、建立轨迹（曲面、曲线）的方程，从而将研究曲线和曲面的几何问题归结为研究其方程的代数问题。包括研究图形的性质、相互位置关系、方程的形式及相互转化以及建立各种形式的方程的方法等方面。对二次曲面的一般理论的讨论，自然而然地引进了坐标变换的方法，再进一步就可以转到关于线性变换的代数理论的研究。由二次曲面方程的系数构成的若干个不变量和半不变量，完全可以刻划二次曲面的各种性质，但不能确定二次曲面在空间中的位置。这也是一个十分重要的概念和思想。

**二、具体的考核内容和要求**

第一章 向量与坐标

**考核要点**：

向量的概念与运算、坐标与坐标系、用坐标进行向量的运算、向量共线或共面的必要条件。

**考核内容**：

1·1向量的概念、向量的线性运算、向量的线性关系和向量分解

向量的定义、向量的模、单位向量、零向量、相等的向量、相反的向量、向量的共线与共面、向量的自由平移性、向量的加法及运算律、向量的减法、向量的数乘及运算律、向量的线性组合、向量由其它向量的线性表出、向量的线性相关和线性无关的定义和有关定理。

1·2坐标系与向量的坐标

仿射坐标系与直角坐标系、右手系、向量在坐标系下的坐标、坐标系的基底、用坐标进行向量的线性运算、共线与共面的充要条件、定比分点。

1·3向量在给定方向上的射影

射影的定义和有关定理

1·4向量的内积

向量内积的定义和运算律、二向量垂直的充要条件、用坐标进行向量内积运算、两点距离公式、向量的方向余弦、二向量之夹角。

1·5向量的外积

向量外积的定义及运算律、几何意义、用坐标进行外积运算、二向量共线的充要条件。

\*1·6三向量的混合积

混合积的定义及运算律、几何意义、三矢共面的充要条件、用坐标进行混合积运算。

**重点**：

本章是建立解析几何理论的基础和工具。学生应深刻理解空间的几何结构是如何实现代数化的。并能熟练掌握和运用向量的基本知识，解决关于共线、共面、定比分点等仿射性质的问题；解决关于长度、夹角、面积、体积等度量问题。

第二章 轨迹与方程

**考核要点**：

轨迹与方程的关系、普通方程与参数方程、建立方程的方法。

**考核内容**：

2·1平面曲线的方程

平面曲线与其方程的关系、平面曲线的普通方程和参数方程、各种形式的方程相互转化。

2·2曲面的方程

曲面的直角坐标方程和参数方程、建立曲面方程的方法、球面和圆柱面的方程。

2·3母线平行于坐标轴的柱面方程

柱面的准线和母线、母线平行于坐标轴的椭圆柱面、双曲柱面、抛物柱面的方程。

2·4空间曲线的方程

空间中的二曲面的交线、空间曲线的参数方程、空间曲线的投影柱面。

**重点**：

建立动点轨迹的方程是解析几何的基本思想。学生应当深刻理解轨迹与其方程之间的关系，能熟练地掌握建立曲面或曲线的方程的方法以及直角坐标方程和参数方程的相互转化。

第三章 平面与空间直线

**考核要点**：

平面与空间直线的各种形式的方程，平面与平面、平面与点、平面与直线、直线与点、直线与直线之间的相关位置。

**考核内容**：

3·1平面的方程

平面的方位向量、向量式参数方程、平面的一般方程及讨论、平面的单位正法向量、法式方程。

3·2平面与点的相关位置

点到平面的离差、距离、平面划分空间问题及三元一次不等式的几何意义

3·3两平面的相关位置

二平面平行、重合、相交、二平面所成的二面角、二平面垂直的充要条件。

3·4空间直线的方程

直线的方向向量、直线的向量或参数方程、直线的标准方程、直线的一般方程、直线射影式方程

3·5直线与平面的相关位置

直线平行于平面、直线在平面上、直线与平面相交、直线与平面的夹角。

3·6空间两直线的相关位置、

直线的共面与异面、空间两直线异面、相交、平行、重合的充要条件、空间两直线的夹角、异面直线间的距离与公垂线方程。

3·7空间直线与点的相关位置

点到直线的距离

3·8平面束

有轴平面束的方程、平行平面束的方程。

重点：

本章是空间解析几何的基本内容、学生应当熟练掌握平面和空间直线的各种形式的方程和建立这些方程的方法、熟练掌握各种相关位置的解析表达式和计算公式。

第四章 柱面、锥面、旋转面与二次曲面

**考核要点**：

柱面方程、锥面方程、旋转面方程的建立方法、齐次方程、绕坐标轴旋转的旋转面方程、椭球面、双曲面、抛物面的方程、单叶双曲面与双曲抛物面的直母线族方程。

**考核内容**：

4·1柱面

柱面的母线方向、准线、柱面的直角坐标方程和参数方程。

4·2锥面

锥面的顶点、准线和母线、锥面的直角坐标方程和参数方程、齐次方程。

4·3旋转曲面

旋转轴、母线、经线与纬线、一般旋转曲面的直角坐标方程的建立方法、绕坐标轴旋转的旋转面方程。

4·4椭球面

椭球面的直角坐标方程与参数方程

4·5双曲面

单叶双曲面与双叶曲面的方程及讨论

4·6抛物面

椭圆抛物面与双曲抛物面的方程及讨论

4·7单叶双曲面与双曲抛物面的直母线。

单叶双曲面的直母线族方程、双曲抛物面的直母线族方程、单叶双曲面与双曲抛物面的直母线的性质。

**重点**：

本章介绍空间中的几类有突出几何特征和应用广泛的曲面。学生应当熟悉这几类曲面的方程和图形。曲面是空间中动点的轨迹，有时也可以由一条曲线按某种规律运动生成，有的曲面可以由一族曲线（包括直线）生成，学生应了解和领会这种方法。

第五章 二次曲面的一般理论

**考核要点**：

二次曲面的渐近方向与非渐近方向、中心、切线、切平面、奇点、径面、奇向、主径面与主方向、特征方程与特征根、二次曲面方程的化简与分类、直角坐标变换、应用不变量化简二次曲面的方程。

**考核内容**：

5·1二次曲面与直线的相关位置

二次曲面与直线相关位置的6种情况的讨论

5·2二次曲面的渐近方向与中心

渐近方向与非渐近方向、中心与中心坐标、中心二次曲面、线心二次曲面、面心二次曲面、无心二次曲面。

5·3二次曲面的切线与切平面

切线的定义、充要条件、切平面方程、奇点。

5·4二次曲面的径面与奇向

径面的定义、径面的方程、共轭弦和共轭方向、径面的性质、奇向。

5·5二次曲面的主径面与主方向、特征方程与特征根

主径面、主方向、特征方程、特征根、特征根的性质。

5·6二次曲面方程的化简与分类

空间直角坐标变换及变换公式、由新坐标系的三个坐标平面确定的坐标变换及变换公式、二次曲面方程的化简与分类。

5·7应用不变量化简二次曲面的方程

不变量与半不变量、五类二次曲面的判别、应用不变量化简二次曲面的方程。

重点：

本章是空间解析几何的重要内容，学生应当熟悉二次曲面的一系列概念以及确定它们的方法；理解二次曲面一般理论的讨论方法；掌握坐标变换方法和应用不变量化简二次曲面的方法。

**三、参考书目**

[1] 吕林根、许子道编《解析几何》高等教育出版社、第三版、2001年6月

[2] 南开大学主编《空间解析几何》高等教育出版社。

[3]《解析几何学习辅导书》，吕林根、许子道， 高等教育出版社，2006年5月。