XB

**硕士研究生招生考试**

**综合考试（概率论、数理统计、解析几何、实变函数）科目大纲**

(科目代码：998)

学院名称(盖章)： 数学与统计学院

学院负责人(签字)：

编 制 时 间： 2021年 7 月2 日

**统计综合考试（概率论、数理统计、解析几何、实变函数）科目大纲**

(科目代码：998)

**本门考试包含四门课程：概率论、数理统计、解析几何、实变函数，总分为100分，其中数理统计和实变函数分别占20分到25分，解析几何及概率论分别占25到30分。**

概率论考试大纲

**一、考核要求**

正确理解基本概念，准确掌握基本方法和基本结论。注重对随机现象的理解和概率

直觉，理解概率统计中一些主要概念和方法产生的背景和思路，能够对实际事物中的随机性产生敏感，能综合利用所学知识分析和解决一些实际问题。

**二、考核要点**

第一章考核概率论的基本概念、基本公式和基本方法；第二章考核随机变量的概念，随机变量的概率分布，了解随机变量的数值特征；第三章考核多维（二维）随机变量的分布以及它们的数字特征；第四章了解大数定律和中心极限定理；第五章掌握常用统计量及其分布；第六章考核利用随机样本估计总体参数的方法，并掌握评价估计量优良性的标准；第七章考核利用样本对总体的特征进行检验的方法（假设检验）。

**三、考核内容**

* + 1. **随机事件与概率**

1. 随机事件及其运算
2. 概率的定义及其确定方法
3. 概率的性质
4. 条件概率
5. 独立性

说明：重点掌握随机事件、事件的概率、不相容、对立和独立性等基本概念，掌握概率的基本性质、两个概率模型及乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式，熟练掌握事件与概率的有关运算。

* + 1. **随机变量及其分布**

1. 随机变量及其分布
2. 随机变量的数学期望

第三节 随机变量的方差和标准差

1. 常用离散分布

第五节 常用连续分布

第六节 随机变量函数的分布

说明：重点掌握一维离散型随机变量的概率分布列和连续型随机变量的概率密度函数，熟练掌握随机变量数学期望和方差的计算，会求随机变量函数的分布。

**第三章 多维随机变量及其分布**

第一节 二维随机变量及其联合分布

第二节 边缘分布和随机变量的独立性

第三节 二维随机变量函数的分布

1. 随机变量的数值特征

说明：重点掌握二维离散型随机变量的联合概率分布列和边缘概率分布列，二维连续型随机变量的联合概率密度函数和边缘密度函数，熟练掌握随机变量协方差和相关系数的计算，会求随机变量函数的分布。

**第四章 大数定律和中心极限定理**

第一节 随机变量序列的两种收敛性

第二节 大数定律

第三节 中心极限定理（

说明：理解两种特殊的收敛性，理解大数定律和中心极限定理的刻画的概率本质，会使用中心极限定理近似计算一些具体问题的概率。

**第五章 统计量及其分布**

第一节 总体与样本

第二节 统计量及其分布

1. 三大抽样分布

**第六章 参数估计**

第一节 点估计的概念与无偏性

第二节 矩估计及相合性

第三节 最大似然估计

第四节 区间估计

说明：重点掌握极大似然估计的方法和几种常见情形的区间估计，掌握评价估计量优良性的标准，了解单侧置信区间的概念和计算。

**第七章 假设检验**

第一节 假设检验的基本思想与概念

第二节 正态总体参数的假设检验

说明：重点掌握假设检验的基本概念、基本原理和基本程序，会对单正态总体下期望和方差作具体的假设检验。

**四、参考书目**

1. 茆诗松，程依明，濮晓龙编著， 《概率论与数理统计（第二版）》，高等教育出版社，2011年。

2.魏宗舒等，《概率论与数理统计教程（第二版）》，高等教育出版社，2008年。

《数理统计》考试大纲

第一章 统计量及其分布

考试内容：

第一节 总体与样本

总体，样本，分组样本，简单随机样本

第二节 样本数据的整理

经验分布函数，频数频率分布表，直方图，茎叶图

第三节 常见统计量及其分布

统计量，样本均值，样本方差，样本矩及其函数，次序统计量及其分布，样本分位数及其渐近分布

第四节 三大抽样分布

卡方分布，t-分布，F-分布

第五节 充分统计量

充分统计量，因子分解定理，常见分布的充分统计量

考核要求：

理解总体与样本的基本概念，理解样本数据整理的直方图、茎叶图，理解三大抽样分布的基本性质，掌握经验函数、常见统计量及其分布，掌握次序统计量及其分布，理解样本分位数及其渐近分布，用因子分解定理能讨论统计量的性质。

第二章 参数估计

考试内容：

第一节 点估计的概念

参数，点估计，无偏性，有效性，相合性

第二节 矩估计

矩法和矩估计量，矩估计的无偏性和相合性，

第三节 极大似然估计

极大似然估计，估计量的性质

第四节 最小方差无偏估计

均方误差，最小方差无偏估计，Fisher信息量

1. 区间估计

置信区间，枢轴量法，常用的置信区间

考核要求：

理解参数的估计量、置信区间及其评价标准，掌握参数的矩估计、极大似然估计的方法，

并能讨论估计量的性质，掌握用枢轴量法求常用的置信区间。

第三章 假设检验

考试内容：

第一节 假设检验的基本思想与概念

假设检验的思想与基本步骤，势函数，显著性检验

第二节 正态总体参数假设检验

单个正态总体均值的假设检验，单个正态总体方差的假设检验，两个个正态总体参数的假设检验

第三节 其他分布参数的假设检验

指数分布均值的假设检验等

第四节 似然比检验与分布拟合检验

似然比检验，分布拟合检验

第五节 正态性检验

概率纸检验，夏皮罗-维克尔（Shapiro-Wilk）检验

第六节 非参数检验

符号检验，秩和检验

考核要求：

理解参数的显著性假设检验思想，理解非正态总体参数的假设检验，理解似然比检验与分布拟合检验及正态性检验，掌握显著性水平、第一二类错误的概率、势函数、检验的拒绝域、检验的原假设、备择假设等基本概念，理解掌握正态总体的期望和方差的显著性检验方法。

第四章 方差分析与回归分析

考试内容：

第一节 方差分析

单因子方差分析，数据结构及其参数估计

第二节 一元线性回归

回归方程的参数估计，显著性检验，相关系数及其检验，估计与预测

第三节 一元非线性回归

双曲线函数，幂函数，指数函数，对数函数，S型曲线

第六节 多元线性回归

考核要求：

理解单因子方差分析的思想方法，理解非线性回归的转化及多元线性回归方法的思想，掌握一元线性回归的参数估计及预测。

参考书目：

1.茆诗松,程依明,濮晓龙. 概率论与数理统计教程. 北京：高等教育出版社, 2011年第2版.

2.韦来生. 数理统计. 北京：科学出版社, 2008.

**《实变函数》 考试大纲**

1. **考核概要**

实变函数是数学与应用数学的专业课之一。通过本课程的学习，使学生掌握实变函数的基本理论、基本知识与基本方法，为以后进一步的深入学习其它学科打下坚实的基础。本课程的具体要求有：掌握集合论的基本理论；初步掌握和了解测度论的基本知识；熟练掌握可测函数的基本概念和基本性质，初步掌握lebesgue 积分的理论和方法。

本课程的要求：要求学生能熟练地掌握对等和基数的概念，可数集的定义和性质，n维欧氏空间中聚点、内点和界点的定义，开集、闭集、完备集的概念和性质。初步理解和掌握可测集和不可测集的刻化和基本性质。熟练掌握可测函数的性质，几乎处处收敛与依测度收敛的关系和基本的推导方法。初步掌握lebesgue 积分的的性质，能用有关定理极其它与Riemann积分的关系去处理一些简单的问题。

1. **考核要点及要求**

第一章 集合

1、知识点

集合的概念和运算，对等与基数，可数集合，不可数集合，半序集和曹恩引理

2、考核要求

1）掌握集合交，并、余等运算和上、下极限的定义和基本运算；

2）熟练掌握集合的对等的定义与性质；能熟练应用伯恩斯坦（Bernstein）定理证明集合的对等关系；

3）理解基数的定义；掌握可数集与不可数集的性质，会判断给定的集合是否可数。

1. 点集
   1. 知识点

度量空间（n维欧氏空间），聚点、内点和界点，开集、闭集、完备集极其构造

2、考核要求

1. 理解和掌握度量空间的定义，邻域的性质，有界点集的定义和n维区间的体积；
2. 熟练掌握n维区间点的关系，聚点、内点和界点的定义聚点与等价条件；
3. 掌握开核、边界和导集的概念和性质极其相互关系；
4. 理解和掌握开集、闭集和完备集的性质；
5. 理解开集的构成区间与余区间，了解开集、闭集的构造；熟练掌握康托尔集的构成和性质。
6. 测度论
   1. 知识点

约当测度，Lebesgue 外测度和内测度，可测集

2、考核要求

1）测度的定义和性质；

2）掌握Lebesgue 外测度和内测度的定义和基本性质；

3）练掌握由卡拉皆屋铎利给出可测集的定义及可测集的基本运算性质。

1. 掌握零测集的性质；开集、闭集的可测性；
2. 约当测度与Lebesgue测度的关系；
3. 解特殊的两类集合，波雷耳集。

第四章 可测函数

1、知识点

可测函数及其性质，几乎处处收敛，叶果洛夫定理，可测函数的构造，依测度收敛

2、考核要求

1）熟练掌握可测函数及其四则运算，可测函数与简单函数的关系，几乎处处成立的概念；

2）理解叶果洛夫定理；

3）理解并掌握鲁津定理及其逆定理；

4）熟练掌握依测度收敛的定义，几乎处处收敛与依测度收敛的几个反例，Riese定理和Lebesgue收敛定理

第五章 积分论

1、知识点

Riemann积分，勒贝格积分的定义，勒贝格积分的性质，一般可积函数，积分的极限定理

2、考核要求

1）了解由确界式定义的Riemann积分，及Riemann积分的缺陷；

2）理解勒贝格积分的定义，掌握可积的两个充要条件；可积的四则运算，勒贝格积分与Riemann积分的关系；

3）熟练掌握勒贝格积分的基本性质和绝对连续性 ；

4）熟练掌握一般可积函数的L积分的定义和初等性质。

5）牢记勒贝格控制收敛定理，列维定理，L 逐项积分定理，积分的可数可加性，Fatou引理及有关积分与求导交换的定理。

**三、参考书目**

1.《实变函数与泛函分析》，程其襄，张奠宙，胡善文等编， 第3版，高等教育出版社，2010.6.

2.《实变函数论》,周民强 编著，北京大学出版社，2001.7

解析几何

**一、考核概要**

**（一）、课程性质**

《空间解析几何》是信息与计算科学专业（本科）的核心课程之一。解析几何就是用代数方法研究几何。它把局限于形、相的定性研究推进到可以计算的定量研究的层面。为初等几何提供了新的研究方法；为学习高等代数提供了具体的模型；为学习经典分析准备必要的知识。同时也为力学、物理学以及一切工程技术提供必要的数学工具。

**（二）、学习该课程的目的**

现实的三维空间是人们可直接接触和直接观察的欧氏空间。深入了解三维欧氏空间的结构及其度量性质有助于学生建立起更广泛的“空间”概念以及向n维空间的推广。通过《空间解析几何》课程的学习，掌握解析几何的思想，基本理论和研究方法；积累必要的数学知识；培养学生抽象思维能力、建立数学模型的能力、推理与演算的能力。

**（三）、考核内容**

《空间解析几何》课程的主要内容有向量代数、轨迹与方程、平面及空间中的直线和曲线、几类特殊曲面、二次曲面的一般理论等五个部分。

在空间中引进向量，实质是使空间的几何结构代数的过程。向量的运算能够解决几何中的具有仿射性质的几类基本问题和有关变量的几类基本问题。再通过坐标法、建立轨迹（曲面、曲线）的方程，从而将研究曲线和曲面的几何问题归结为研究其方程的代数问题。包括研究图形的性质、相互位置关系、方程的形式及相互转化以及建立各种形式的方程的方法等方面。对二次曲面的一般理论的讨论，自然而然地引进了坐标变换的方法，再进一步就可以转到关于线性变换的代数理论的研究。由二次曲面方程的系数构成的若干个不变量和半不变量，完全可以刻划二次曲面的各种性质，但不能确定二次曲面在空间中的位置。这也是一个十分重要的概念和思想。

**二、具体的考核内容和要求**

第一章 向量与坐标

**考核要点**：

向量的概念与运算、坐标与坐标系、用坐标进行向量的运算、向量共线或共面的必要条件。

**考核内容**：

1·1向量的概念、向量的线性运算、向量的线性关系和向量分解

向量的定义、向量的模、单位向量、零向量、相等的向量、相反的向量、向量的共线与共面、向量的自由平移性、向量的加法及运算律、向量的减法、向量的数乘及运算律、向量的线性组合、向量由其它向量的线性表出、向量的线性相关和线性无关的定义和有关定理。

1·2坐标系与向量的坐标

仿射坐标系与直角坐标系、右手系、向量在坐标系下的坐标、坐标系的基底、用坐标进行向量的线性运算、共线与共面的充要条件、定比分点。

1·3向量在给定方向上的射影

射影的定义和有关定理

1·4向量的内积

向量内积的定义和运算律、二向量垂直的充要条件、用坐标进行向量内积运算、两点距离公式、向量的方向余弦、二向量之夹角。

1·5向量的外积

向量外积的定义及运算律、几何意义、用坐标进行外积运算、二向量共线的充要条件。

\*1·6三向量的混合积

混合积的定义及运算律、几何意义、三矢共面的充要条件、用坐标进行混合积运算。

**重点**：

本章是建立解析几何理论的基础和工具。学生应深刻理解空间的几何结构是如何实现代数化的。并能熟练掌握和运用向量的基本知识，解决关于共线、共面、定比分点等仿射性质的问题；解决关于长度、夹角、面积、体积等度量问题。

第二章 轨迹与方程

**考核要点**：

轨迹与方程的关系、普通方程与参数方程、建立方程的方法。

**考核内容**：

2·1平面曲线的方程

平面曲线与其方程的关系、平面曲线的普通方程和参数方程、各种形式的方程相互转化。

2·2曲面的方程

曲面的直角坐标方程和参数方程、建立曲面方程的方法、球面和圆柱面的方程。

2·3母线平行于坐标轴的柱面方程

柱面的准线和母线、母线平行于坐标轴的椭圆柱面、双曲柱面、抛物柱面的方程。

2·4空间曲线的方程

空间中的二曲面的交线、空间曲线的参数方程、空间曲线的投影柱面。

**重点**：

建立动点轨迹的方程是解析几何的基本思想。学生应当深刻理解轨迹与其方程之间的关系，能熟练地掌握建立曲面或曲线的方程的方法以及直角坐标方程和参数方程的相互转化。

第三章 平面与空间直线

**考核要点**：

平面与空间直线的各种形式的方程，平面与平面、平面与点、平面与直线、直线与点、直线与直线之间的相关位置。

**考核内容**：

3·1平面的方程

平面的方位向量、向量式参数方程、平面的一般方程及讨论、平面的单位正法向量、法式方程。

3·2平面与点的相关位置

点到平面的离差、距离、平面划分空间问题及三元一次不等式的几何意义

3·3两平面的相关位置

二平面平行、重合、相交、二平面所成的二面角、二平面垂直的充要条件。

3·4空间直线的方程

直线的方向向量、直线的向量或参数方程、直线的标准方程、直线的一般方程、直线射影式方程

3·5直线与平面的相关位置

直线平行于平面、直线在平面上、直线与平面相交、直线与平面的夹角。

3·6空间两直线的相关位置、

直线的共面与异面、空间两直线异面、相交、平行、重合的充要条件、空间两直线的夹角、异面直线间的距离与公垂线方程。

3·7空间直线与点的相关位置

点到直线的距离

3·8平面束

有轴平面束的方程、平行平面束的方程。

重点：

本章是空间解析几何的基本内容、学生应当熟练掌握平面和空间直线的各种形式的方程和建立这些方程的方法、熟练掌握各种相关位置的解析表达式和计算公式。

第四章 柱面、锥面、旋转面与二次曲面

**考核要点**：

柱面方程、锥面方程、旋转面方程的建立方法、齐次方程、绕坐标轴旋转的旋转面方程、椭球面、双曲面、抛物面的方程、单叶双曲面与双曲抛物面的直母线族方程。

**考核内容**：

4·1柱面

柱面的母线方向、准线、柱面的直角坐标方程和参数方程。

4·2锥面

锥面的顶点、准线和母线、锥面的直角坐标方程和参数方程、齐次方程。

4·3旋转曲面

旋转轴、母线、经线与纬线、一般旋转曲面的直角坐标方程的建立方法、绕坐标轴旋转的旋转面方程。

4·4椭球面

椭球面的直角坐标方程与参数方程

4·5双曲面

单叶双曲面与双叶曲面的方程及讨论

4·6抛物面

椭圆抛物面与双曲抛物面的方程及讨论

4·7单叶双曲面与双曲抛物面的直母线。

单叶双曲面的直母线族方程、双曲抛物面的直母线族方程、单叶双曲面与双曲抛物面的直母线的性质。

**重点**：

本章介绍空间中的几类有突出几何特征和应用广泛的曲面。学生应当熟悉这几类曲面的方程和图形。曲面是空间中动点的轨迹，有时也可以由一条曲线按某种规律运动生成，有的曲面可以由一族曲线（包括直线）生成，学生应了解和领会这种方法。

第五章 二次曲面的一般理论

**考核要点**：

二次曲面的渐近方向与非渐近方向、中心、切线、切平面、奇点、径面、奇向、主径面与主方向、特征方程与特征根、二次曲面方程的化简与分类、直角坐标变换、应用不变量化简二次曲面的方程。

**考核内容**：

5·1二次曲面与直线的相关位置

二次曲面与直线相关位置的6种情况的讨论

5·2二次曲面的渐近方向与中心

渐近方向与非渐近方向、中心与中心坐标、中心二次曲面、线心二次曲面、面心二次曲面、无心二次曲面。

5·3二次曲面的切线与切平面

切线的定义、充要条件、切平面方程、奇点。

5·4二次曲面的径面与奇向

径面的定义、径面的方程、共轭弦和共轭方向、径面的性质、奇向。

5·5二次曲面的主径面与主方向、特征方程与特征根

主径面、主方向、特征方程、特征根、特征根的性质。

5·6二次曲面方程的化简与分类

空间直角坐标变换及变换公式、由新坐标系的三个坐标平面确定的坐标变换及变换公式、二次曲面方程的化简与分类。

5·7应用不变量化简二次曲面的方程

不变量与半不变量、五类二次曲面的判别、应用不变量化简二次曲面的方程。

重点：

本章是空间解析几何的重要内容，学生应当熟悉二次曲面的一系列概念以及确定它们的方法；理解二次曲面一般理论的讨论方法；掌握坐标变换方法和应用不变量化简二次曲面的方法。

**三、参考书目**

[1] 吕林根、许子道编《解析几何》高等教育出版社、第三版、2001年6月

[2] 南开大学主编《空间解析几何》高等教育出版社。

[3]《解析几何学习辅导书》，吕林根、许子道， 高等教育出版社，2006年5月。