

昆明理工大学 2021 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码：711

考试科目名称：单考数学

考生答题须知

1. 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上,做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册,答题如有做在本试题册上而影响成绩的,后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔),用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

一. 求下列极限。(每小题 10 分, 共计 30 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{3}{x}}$. 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan 3x}{x}$. 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$.

二. 求下列函数的导数。(每小题 10 分, 共计 30 分.)

1. $y = \frac{1}{x} + \sin x$, 求 $y^{(n)}$. 2. 已知 $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t, \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=\frac{\pi}{4}}$.

3. 求 $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \sin(1+t^2) dt$.

三. 求下列积分。(每小题 10 分, 共计 40 分.)

1. $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; 2. $\int x \ln x dx$; 3. $\int_0^{\pi} \sqrt{1+\cos 2x} dx$.

4. 判断广义积分 $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$ 是否收敛, 如果收敛则求出其值.

四. 求曲线 $y = \frac{4}{5} x^{\frac{5}{4}}$ 在点 $(1, \frac{4}{5})$ 处的切线方程和法线方程. (10 分)

五. 讨论函数 $f(x) = |x-1|$ 在 $x=1$ 处连续性与可导性. (10 分)

六. 求由曲线 $y = x^3$ 与 x 轴、直线 $x=1$ 所围图形的面积. (10 分)

七. 一房地产公司有 50 套公寓要出租? 当月租金定为 4000 元时, 公寓会全部租出去, 当月租金每增加 200 元时, 就会多一套公寓租不出去, 而租出去的公寓平均每月需花费 400 元的维修费。试问房租定为多少时可获得最大收入? (10 分)

八. 证明恒等式: $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, -1 \leq x \leq 1$. (10 分)