

昆明理工大学 2021 年硕士研究生招生入学考试试题(A 卷)

考试科目代码: 842

考试科目名称: 高等数学

考生答题须知

1. 所有题目(包括填空、选择、图表等类型题目)答题答案必须做在考点发给的答题纸上,做在本试题册上无效。请考生务必在答题纸上写清题号。
2. 评卷时不评阅本试题册,答题如有做在本试题册上而影响成绩的,后果由考生自己负责。
3. 答题时一律使用蓝、黑色墨水笔或圆珠笔作答(画图可用铅笔),用其它笔答题不给分。
4. 答题时不准使用涂改液等具有明显标记的涂改用品。

一、单项选择题(每小题 4 分,共 48 分)

1. 若 $f(x)$ 为连续的奇函数, 则 $\int_{-1}^1 f(x) dx = (\quad)$

- (A) 0 (B) 2 (C) $2f(-1)$ (D) $2f(1)$

2. 曲线 $y = x^3 + 2x$ 在点 $(1,3)$ 处的法线方程是 ()

- (A) $5x + y - 8 = 0$ (B) $5x - y - 2 = 0$
(C) $x + 5y - 16 = 0$ (D) $x - 5y + 14 = 0$

3. $\int \frac{1}{2-x} dx =$ ()

- (A) $\ln |2-x| + C$ (B) $-\ln |2-x| + C$
(C) $-\frac{1}{(2-x)^2} + C$ (D) $\frac{1}{(2-x)^2} + C$

4. 若二元函数 $z = x^2y + 3x + 2y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = (\quad)$

- (A) $2xy + 3 + 2y$ (B) $xy + 3 + 2y$
(C) $2xy + 3$ (D) $xy + 3$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = (\quad)$

- (A) e (B) 2 (C) 1 (D) 0

6. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$, 则 $f\{f[f(x)]\}$ 等于 ()

- (A) 0 (B) 1 (C) $\begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 0, & |x| \leq 1, \\ 1, & |x| > 1, \end{cases}$

昆明理工大学 2021 年硕士研究生招生入学考试试题

7. 下列函数为偶函数的是()

- (A) $y=x \sin x$ (B) $y=x \cos x$
(C) $y=\sin x+\cos x$ (D) $y=x(\sin x+\cos x)$

8. 已知函数 $f(x)=ax^2-4x+1$ 在 $x=2$ 处取得极值, 则常数 $a=($)

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3

9. 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导的充分必要条件是()

- (A) $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.
(B) $f(x)-f(0)=Ax+o(x)$, 其中 A 是常数.
(C) $f'_+(0)$ 与 $f'_-(0)$ 都存在.
(D) $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ 存在.

10. 曲线 $y=x^2$ 在 $x=1$ 处的切线斜率为 ()

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) $-1/2$

11. 抛物线 $y=x^2-4x+3$ 在定点处的曲率半径为 ()

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) $1/2$

12. $\int f'(2x) dx =$ ()

- (A) $\frac{1}{2}f(2x)+C$ (B) $f(2x)+C$
(C) $2f(2x)+C$ (D) $\frac{1}{2}f(x)+C$

昆明理工大学 2021 年硕士研究生招生入学考试试题

二、填空题（每小题 5 分，共 45 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若函数 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 若 $y = e^{2x}$ 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 微分方程 $y'' - 5y' + 6y = 0$ 的通解为 $\underline{\hspace{4cm}}$

5. 求定积分 $I = \int_0^{\pi} x^2 \sqrt{1 - \sin^2 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 设函数 $f(x) = x^2(x^9 + x^3 + 1)$, 则高阶导数 $f^{(12)}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 函数 $f(x) = \frac{x-4}{x^2-3x-4}$ 的间断点个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$

8. 椭球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的法线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$

9. 若二元函数: $z = x^2 y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$

昆明理工大学 2021 年硕士研究生招生入学考试试题

三、解答题（需写出解题过程，共 57 分）

1. 设函数 $f(u)$ 在 $(0, +\infty)$ 内具有二阶导数，且 $z = f(\sqrt{x^2 + y^2})$ 满足等式

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

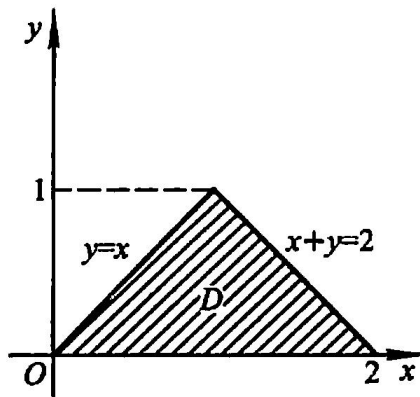
验证 $f''(u) + \frac{f'(u)}{u} = 0$; (10 分)

2. 设 $a > b > 0$, $n > 1$, 用拉格朗日中值定理证明

$$nb^{n-1}(a-b) < a^n - b^n < na^{n-1}(a-b). \quad (12 \text{ 分})$$

3. 求方程 $y'' - 2y' - e^{2x} = 0$ 满足 $y(0) = 1, y'(0) = 1$ 的解 (15 分)

4. 设平面薄片所占的闭区域 D 由直线 $x + y = 2$, $y = x$ 和 x 轴所围成，它的密度 $\mu(x, y) = x^2 + y^2$, 求该薄片的质量。 (10 分)



5. 求函数 $f(x) = \cos x$ 在定点 x_0 处的泰勒级数，并验证它在整个数轴上收敛于这个函数。

(10 分)