**数学学院2022年研究生考试大纲**

**831《数学分析（学科教学）》考试大纲（专业学位）**

**注意：本大纲为参考性考试大纲，是考生需要掌握的基本内容。**

**第一章 实数集与函数**

一．考核知识点

1. 实数

2. 数集·确界原理

3．函数概念

4．具有某些特性的函数

二．考核要求

1. 理解实数概念，掌握实数的小数表示及性质. 运用实数的有序性、稠密性、阿基米德性及封闭性论证有关问题。

2. 理解并掌握邻域概念及应用。

3. 理解并掌握实数绝对值的有关性质及几个常见不等式的应用。

4. 掌握实数集确界的概念及确界原理在有关问题中的正确运用。

5. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。

6. 掌握复合函数、分段函数、反函数、有界函数、单调函数和周期函数等概念，理解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性，并能利用函数的各种特性解决简单的应用问题。

7. 识记基本初等函数的定义、性质及其图形，理解初等函数的概念，会求初等函数定义域，分析初等函数的复合关系。

**第二章 数列极限**

一．考核知识点

1．数列极限概念

2．收敛数列的性质

3．数列极限存在的条件

二．考核要求

1. 掌握数列的收敛与发散的概念，会用定义证明数列极限有关问题，并会用语言正确表述数列不以某数为极限。
2. 理解并掌握收敛数列的性质：唯一性、有界性、保号性、算术性质、保不等式性质性、迫敛性等。
3. 会用极限的四则运算法则，迫敛性定理以及单调有界定理判断数列的收敛性，并会利用它们求收敛数列的极限。
4. 掌握数列极限存在的柯西准则，并会利用它证明数列的收敛性。
5. 掌握数列子列的概念及致密性定理，会利用子列判断数列的收敛性。

**第三章 函数极限**

一．考核知识点

1．函数极限概念

2．函数极限的性质

3．函数极限存在的条件

4．两个重要的极限

5．无穷大量与无穷小量

二．考核要求

1. 掌握函数极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系。

2. 能运用或语言证明与函数极限有关的命题，并会用或语言正确表述函数不以某定数为极限。

3. 理解并掌握函数极限基本性质：唯一性、局部有界性、局部保号性、不等式性质及四则运算性质。

4. 理解归结原则（海涅定理）及柯西准则，会利用它们判断函数极限存在与否。

5. 识记两个重要极限（），能灵活运用其求一些相关函数极限。

6. 理解无穷小(大)量及其阶的概念, 掌握无穷小(大)量阶的比较，会用无穷小量求某些函数的极限,会求曲线的渐近线。

**第四章 函数的连续性**

一．考核知识点

1．连续性概念

2．连续函数的性质

3．初等函数的连续性

二．考核要求

1. 掌握函数在一点连续定义的几种等价叙述，能够利用定义判断函数在一点的连续性。

2. 会熟练准确地求出一般初等函数或分段函数的间断点并判别其类型。

3. 理解并掌握闭区间上连续函数的基本性质（最值定理、有界性定理、介值性定理、根的存在定理），并能在相关问题的证明或讨论中正确运用。

4. 理解初等函数的连续性，了解反函数和复合函数的连续性. 会应用连续性求极限。

5. 理解函数一致连续性概念，并能判断函数的一致连续性与否。

**第五章 导数与微分**

一．考核知识点

1．导数的概念

2．求导法则

3．参变量函数的导数

4．高阶导数

5．微分

二．考核要求

1. 理解导数的概念及几何意义，利用定义法求函数在一点的导数.会求曲线上一点处的切线方程和法线方程， 用导数概念解决相关变化率的实际应用问题。

2. 掌握函数可导的充要条件，理解函数的可导性与连续性之间的关系. 熟记各类基本初等函数导数公式，综合运用求导的法则和方法熟练计算初等函数的导数。

3. 会求参变量函数、分段函数、隐函数及反函数的导数。

4. 理解函数微分的概念，用定义求简单函数的微分，运用基本公式和微分法则求初等函数的微分。

5. 理解导数与微分的联系，增量与微分的关系，会用微分作近似计算。

6. 理解高阶导数与高阶微分概念，明确二者的联系，会用莱布尼茨公式求一些简单函数的高阶导数与高阶微分，理解一阶微分形式的不变性并用其求复合函数的微分。

**第六章 微分中值定理及其应用**

一．考核知识点

1．拉格朗日定理和函数的单调性

2．柯西中值定理和不定式极限

3．泰勒公式

4．函数的极值与最大（小）值

5．函数的凸性与拐点

6. 函数图象的讨论

二．考核要求

1. 掌握罗尔（Rolle）定理、拉格朗日（Lagrange）中值定理、柯西（Cauchy）中值定理、达布导函数介值定理和泰勒（Taylor）定理 （带几种余项的）并熟练利用中值定理证明有关函数微分学的命题。

2. 掌握洛必达法则，灵活应用洛必达法则求不定式的极限。

3. 理解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及其应用。

4. 会用导数判断函数图形的凹凸性， 会求函数图形的拐点以及渐近线，会描绘函数的图像。

**第七章 实数的完备性**

一．考核知识点

1. 关于实数集完备性的基本定理

二．考核要求

1. 理解区间套、聚点、确界、覆盖、子列等概念，会求点集的聚点、确界。

2. 理解实数基本定理并能准确表述，明确其等价性。

3. 应用闭区间上连续函数的性质讨论函数的有界性、最值性、证明方程根的存在性。

4. 函数一致连续性的判别及有关问题的证明。

**第八章 不定积分**

一．考核知识点

1．不定积分概念与基本积分公式

2．换元积分法与分部积分法

3．有理函数和可化为有理函数的不定积分

二．考核要求

1. 理解原函数和不定积分的概念，掌握原函数与不定积分的关系以及积分与微分的关系。
2. 熟记基本积分公式，用线性运算法则求不定积分。
3. 用换元积分法和分部积分法或综合运用这几种方法求不定积分。

4. 掌握有理函数、三角函数有理式、简单无理函数的不定积分的计算。

5. 明确函数在定义区间存在原函数的条件，会判断原函数的存在性。

**第九章 定积分**

一．考核知识点

1．定积分概念

2. 牛顿-莱布尼茨公式

3．可积条件

4. 定积分的性质

3．微积分学基本定理·定积分的计算

二．考核要求

1. 理解并掌握定积分的思想(分割、近似求和、取极限)的基础上会用定义求简单函数的定积分。

2. 明确可积的必要条件、充要条件及可积函数类。

3. 熟练地应用定积分的性质进行积分的计算，积分值的大小比较、 求平均值及有关证明。

4. 理解微积分学基本定理的实质， 熟练运用牛顿——莱布尼茨公式进行有关积分的证明和计算。

5. 理解积分变上限的函数，会求它的导数。

6. 会用换元积分法和分部积分法计算定积分。

**第十章 定积分的应用**

一．考核知识点

1. 平面图形的面积

2. 由平行截面面积求体积

3. 平面曲线的弧长与曲率

4. 旋转曲面的面积

二．考核要求

 1. 理解微元法的思想.

2. 用定积分解决某些几何应用问题：平面图形的面积、平面曲线的弧长、一些特殊立体的体积、旋转曲面的面积等的计算。

**第十一章 数项级数**

一．考核知识点

1．级数的收敛性

2．正项级数

3. 一般项级数

二．考核要求

1. 理解数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本及收敛的必要条件，能用定义、性质及收敛的必要条件判别级数的敛散性。

2. 掌握几何级数与 *p* 级数的收敛与发散的条件。

3. 掌握正项级数收敛性的柯西判别准则、比较判别法、比值判别法、根值判别法、积分判别法等。

4. 掌握交错级数收敛性的莱布尼茨判别法。

5. 用狄利克雷判别法、阿贝尔判别法判断某些级数的敛散性。

6. 掌握任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念，理解绝对收敛与收敛的关系。

**第十二章 函数列与函数项级数**

一．考核知识点

1．一致收敛性

2．一致收敛函数列与函数项级数的性质

二．考核要求

1. 理解函数项级数的收敛域、和函数的概念及性质。

2. 理解与掌握函数列或函数项级数一致收敛的概念和性质的。

3. 掌握函数项级数一致收敛性与否的判别方法(柯西准则、优级数判别法、余项准则、狄利克雷判别法、阿贝尔判别法等)。

4. 掌握一致收敛的函数列与函数项级数表示的函数的连续性、可积性、可微性，并用这些性质去解决有关问题。

**第十三章 幂级数**

一．考核知识点

1．幂级数

2．函数的幂级数展开

二．考核要求

1. 理解幂级数收敛半径的概念、并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法。

2. 熟记几个常用初等函数的麦克劳林展开式，并利用其将某些初等函数展开成幂级数。

3. 理解幂级数在其收敛区间内的基本性质(和函数的连续性、逐项求导和逐项积分)，会求一些幂级数在收敛区间内的和函数， 并会由此求出某些数项级数的和。

**第十四章 多元函数的极限与连续**

一．考核知识点

1．平面点集与多元函数

2．二元函数的极限

3．二元函数的连续性

二．考核要求

1. 理解平面点集的有关概念，求函数的定义域并绘图表示。

2. 理解并掌握二元函数极限概念，明确重极限与累次极限的关系， 能借助累次极限解决极限有关问题,说明二元函数极限不存在的常用方法的应用。

3. 理解二元函数连续的概念，会利用连续性求初等函数的极限，掌握有界闭域上连续函数的性质。

**第十五章 多元函数微分学**

一．考核知识点

1．可微性

2．复合函数微分法

3．方向导数与梯度

4. 泰勒公式与极值问题

二．考核要求

1. 深刻理解多元函数全微分和偏导数的概念及联系，用定义求函数在指定点的偏导数,讨论函数的可微性，会求多元函数的全微分。

2. 理解并掌握函数的可微、连续、偏导存在与偏导数连续之间关系。

3. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法，以及一些简单函数的高阶偏导数的求法。

4. 理解方向导数与梯度的概念， 并掌握其计算方法。

5. 理解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念，会求它们的方程。

6. 理解多元函数的泰勒公式。

7. 理解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，理解多元函数极值存在的充分条件，会求简单的多元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值， 会求简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的应用问题。

**第十六章 曲线积分**

一．考核知识点

1．第一型曲线积分

2．第二型曲线积分

二．考核要求

1. 熟练运用两类曲线积分的计算法求曲线积分。

2. 用曲线积分的几何意义及物理意义解决有关应用问题。

**第十七章 重积分**

 一．考核知识点

1．二重积分的概念

2. 直角坐标系下二重积分的计算

3．格林公式 • 曲线积分与路线的无关性

4．二重积分的变量变换

5. 三重积分

6．重积分的应用

二．考核要求

1. 理解重积分和累次积分的概念及性质，会化重积分为累次积分。

2. 熟练掌握二重积分、三重积分的变量变换公式，会用直角坐标变换和极坐标变换求二重积分、用柱面坐标变换和球面坐标变换求三重积分。

3. 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件，会求二元函数全微分的原函数。

4. 会用重积分计算曲面面积、体积等几何量。

**第十八章 曲面积分**

一．考核知识点

1．第一型曲面积分

2．第二型曲面积分

3. 高斯公式与斯托克斯公式

二．考核要求

1. 熟练掌握第一型曲面积分和第二型曲面积分的计算。

2. 应用高斯公式和斯托克斯公式计算曲面积分及空间曲线积分。

**参考书目：数学分析，华东师范大学数学科学学院编，高等教育出版社，2019年5月，第五版。**