**2022年硕士研究生招生考试初试考试大纲**

科目代码：601

科目名称：高等代数

适用专业：数学类各专业

考试时间：3小时

考试方式：笔试

总　　分：150 分

考试范围：

一、多项式

1．多项式的带余除法及整除性；

2．多项式的因式分解、最大公因式、互素和重因式；

3. 不可约多项式的判定和性质；

4．多项式函数与多项式的根；

5. 复系数与实系数多项式的因式分解，有理系数多项式.

二、行列式

1．行列式的定义及性质；

2. 行列式按一行（列）展开；

3．运用行列式的性质及展开定理等计算行列式.

三、线性方程组

1．线性方程组的求解和讨论；

2．线性方程组有解的判别定理；

3．线性方程组解的结构及其解空间的讨论.

四、矩阵

1．矩阵的基本运算、矩阵的分块；

2．矩阵的初等变换、初等矩阵；

3. 矩阵的等价、合同、正交相似；

4．逆矩阵、伴随矩阵及其性质；

5．矩阵的秩，矩阵乘积的行列式与秩；

6. 运用初等变换法求矩阵的秩及逆矩阵；

7. 矩阵的特征值与特征向量，对角化矩阵.

五、二次型

1．二次型及其矩阵表示；

2．实数域和复数域上二次型的标准形与规范形；

3．正定二次型及其讨论.

六、线性空间

1．线性空间、子空间的定义与性质；

2. 向量组的线性相关性、极大线性无关组；

3. 线性空间的基、维数、向量关于基的坐标，基变换与坐标变换；

4. 生成子空间，子空间的交，子空间的和与直和、维数公式.

七、线性变换

1．线性变换的定义、性质与运算；

2. 线性变换的矩阵表示；

3．线性变换的核、值域的概念；

4. 线性变换及其矩阵的特征多项式、特征值和特征向量的概念和计算、特征子空间；

5．线性变换的不变子空间.

八、欧式空间

1．内积与欧氏空间的定义及性质，向量的长度、夹角、距离，正交矩阵；

2. 正交子空间与正交补；

3．欧氏空间的度量矩阵、标准正交基、线性无关向量组的Schmidt正交化方法；

4．正交变换与正交矩阵的等价条件，对称变换的概念与性质；

5．实对称矩阵的正交相似对角化的求法.

样 题 ：

一、（15分）设和是非零多项式，且是一个不可约多项式，证明：.

二、（15分）设为整系数多项式. 证明：若为偶数，为奇数，则无有理根.

三、（15分）计算阶行列式： .

四、（20分）设线性方程组.

讨论参量取何值时，上述方程组有唯一解？无解？有无穷多解？有解时写出所有解.

五、（15分，第1小题7分，第2小题8分）

设为一向量组，

（1）若线性无关，则线性无关.

（2）若线性无关，则线性无关（相关）为奇（偶）数.

六、（10分）设是实矩阵，为的代数余子式，并且，，如果，那么是一个可逆矩阵.

七、（15分）设为阶实方阵. 证明：当且仅当存在阶实方阵使得正定.

八、（15分）为数域上四维向量空间， ，，，，，，的子空间， ，求与的维数和一组基.

九、（15分，第1小题7分，第2小题8分）

设为数域上维线性空间的线性变换，. 证明：

（1）. （2）.

十、（15分）设矩阵，求正交矩阵，使为对角形.

**参考书目**

北京大学数学系前代数小组. 高等代数. 高等教育出版社，2019年5月. 第5版.