广西科技大学 2022 年硕士研究生招生考试

初试专业课试卷

考试科目代码：432　　　　考试科目名称：统计学

考试时间：180 分钟　　　　（本试题共 3 页）

注意： 1. 所有试题的答案均写在专用的答题纸上，写在试卷上一律无效。 2. 考试结束后试卷与答题纸一并交回。

一、简答题：(1--9 小题，每小题 5 分, 共 45 分)

1. 两个事件相互独立与互不相容是否可以同时成立？请说明理由.

2. 若 $f(x,y)$ 是连续型随机向量 (X,Y) 的联合密度函数，当 $f(x,y)$ 满足什么条件时，X 与 Y 相互独立？若 X 与 Y 相互独立，$f_{X|Y}(x\,|\,y)$ 为多少？

3. 什么是 n 重贝努利试验？X 表示在 n 重贝努利试验中事件 A 发生的次数，问 X 服从何种分布，并给出其分布律？$(0<P(A)=p<1)$

4. 为什么随机变量的数字特征需要同时用数学期望和方差来刻画？

5. 简述什么是“简单随机抽样”，这样抽样方法下得到的样本具有什么特征？

6. 设随机变量 $X\sim\chi^2(m), Y\sim\chi^2(n)$，则 $F=\dfrac{X}{Y}$ 服从 F 分布 $F(m,n)$，请问这样描述正确吗？若不正确，请给出正确的描述.

7. 已知 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N\left(0,\sigma^2\right)$ 的简单随机样本，记

$$Y=\frac{X_1+X_2}{k\sqrt{\sum_{i=3}^{n}X_i^2}},$$

当 k 取何值时，Y 服从 t 分布？

8. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本. 已知方差 $Var(X)=\sigma^2$ 存在，记

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2,$$

为什么常用 S^2 来估计总体方差 σ^2，而很少用 $\hat{\sigma}^2$？

9. 简述假设检验容易犯的两类错误？在进行显著性假设检验时通常控制哪类错误

的概率？

二、计算题：（10--14 小题，每小题 9 分，共 45 分）

10. 已知随机变量 X 的分布函数为

$$F\left(x\right)=\begin{cases}0, & x<1,\\ \ln x, & 1\le x<e,\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$$

求： (1) $Y=e^{X}$ 的分布函数和密度函数；

(2) 概率 $P(Y<\frac{3}{2})$.

11. 已知随机变量 X 在 $1\sim 6$ 中随机等可能取一个整数，随机变量 Y 的取值规律为

$$\mathrm{Y}=\begin{cases}0, & X\text{取奇数},\\ 1, & X\text{取偶数}.\end{cases}.$$

求：(1) (X,Y) 的分布律;

(2) X 在 $Y=1$ 时的条件分布律.

12. 设 (X,Y) 为二维随机向量，已知 $Var(X)=25$，$Var(Y)=16$，协方差 $\mathrm{cov}(X,Y)=-2$.

求：(1) X 与 Y 的相关系数;

(2) 方差 $Var(X-2Y)$.

13. 设甲口袋中有 3 只红球，2 只白球，乙口袋中有 3 只红球，1 只白球，假设这些球大小一样，摸起来手感一样；现在从甲袋中任取两只球放入乙袋，再从乙袋任取 1 只球.

求：(1) 从乙袋取出的球是红球的概率；

(2) 若从乙袋取出的球是红球, 则从甲袋取出两个球都是红球的概率.

14. 设总体 X 服从指数分布 $E(\lambda)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本. 求参数 λ 的极大似然估计量.

三、综合题：（15--18 小题，每小题 15 分，共 60 分）

15. 设某地区电网电压正常情况下服从正态分布，某日内测得 25 个电压数据，得知均值 $\bar{x}=110$ 千伏，样本标准差 $s=2$ 千伏，以 95%的置信度估计电压均值的范围.

$(t_{0.025}(24)=2.0639, t_{0.025}(25)=2.0595, u_{0.025}=1.96, u_{0.05}=1.645)$

16. 设两个相互独立总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$，其中 σ^2,μ_1,μ_2 为未知参数, $\bar{x}$ 为总体 X 的容量为 n_1 的样本均值，$s_1{}^2$ 为其样本方差, $\bar{y}$ 为总体 Y 的容量为 n_2 的样本

均值，s_2^2 为其样本方差，在显著性水平 α 下，写出检验假设 $H_0:\mu_1=\mu_2;H_1:\mu_1\neq\mu_2$ 的具体步骤.

17. 设两台机器生产的金属部件重量(单位：kg)分别服从 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$, $N(\mu_2,\sigma_2^2)$ 分布, 其中参数 $\mu_i,\sigma_i^2\ (i=1,2)$ 未知. 现分别从两台机器所生产的部件中抽取容量分别为 $n_1=60,n_2=40$ 的两个独立样本，测得样本方差分别为 $s_1^2=15.46,s_2^2=9.66$. 试在显著性水平 α=0.05 下检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$.

（$F_{0.025}(59,39)=1.8157,F_{0.975}(59,39)=0.57.$）

18. 设随机变量 X 服从二项分布 $X\sim b(100,0.2)$，根据中心极限定理，用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 近似表示概率 $P\{40<X<60\}$.