

**硕士研究生招生考试**

**同等学力和跨专业加试**

**常微分方程 考试大纲**

(科目代码： )

学院名称(盖章)： 数学与统计学院

学院负责人(签字)：

编 制 时 间： 2022年 6月22日

 **常微分方程 考试大纲**

**第一章 初等积分法**

 **考试要点**

准确理解微分方程的一些最基本的概念；按如下两条主线掌握一阶方程的初等积分法：变量分离方程和通过变换可化为变量分离方程的方程，全微分方程和通过积分因子法或分项组合法可化为全微分方程的方程；掌握隐式微分方程的微分消参法和可降阶的高阶微分方程的解法。

**考试内容**

1. 微分方程与解

基本概念：微分方程、阶、解与积分（通解与通积分，特解与积分）、定解问题，通过单摆方程和人口模型等介绍微分方程的背景和建立微分方程求解应用问题的基本方法。

1. 变量可分离方程
2. 变量分离法
3. 齐次方程

齐次方程和一些齐次方程的变形的解法。

1. 一阶线性方程

 一阶线性方程的解法—常数变易法与Bernoulli方程的解法；通过解的一般表达式讨论解的性质。

1. 全微分方程及积分因子

 全微分方程的解法和积分因子法、分项组合法

1. 线素场 欧拉折线

 一阶微分方程的几何解释和欧拉折线法。

1. 一阶隐式微分方程

一阶隐式微分方程的微分消参法，特别是Clairaut方程的解法、奇解与包络。

1. 一阶微分方程应用举例

 简介

1. 几种可降阶的高阶方程

 几种可降阶的高阶微分方程的解法

**考核要求**

掌握微分方程的基本概念--微分方程、阶、解与积分（通解与通积分，特解与积分）等；掌握变量分离方程和通过变换可化为变量分离方程的方程、全微分方程和通过积分因子法或分项组合法可化为全微分方程的一阶微分方程的解法；掌握隐式微分方程的微分消参法和可降阶的高阶微分方程的解法；能够通过解的一般表达式讨论解的性质，理解和应用奇解概念；通过建立微分方程求解一些应用问题。

**第二章 基本定理**

**考试要点**

解的存在唯一性定理、延拓定理、解对初值的连续依赖性和可微性定理以及所涉及概念的准确理解，解的存在唯一性定理的详细证明。

**考试内容**

1. 解的存在性与唯一性定理

 解的存在唯一性定理；依据具体例子对定理的条件做详细说明。

1. 解的延展

 解的延展定理，示例说明该定理的条件；介绍第一比较定理。

1. 解对初值的连续依赖性

 理解并证明解对初值的连续依赖性定理。

1. 解对初值的可微性

 理解并证明解对初值的可微性定理。

**考核要求**

重点掌握解的存在唯一性定理、延拓定理的内容以及解的存在唯一性定理的证明思想；熟练掌握Picard逼近列、Lipschits条件和延拓概念。

**第三章 线性微分方程**

**考试要点**

准确理解线性微分方程的一般理论；熟练掌握Liouville公式、常数变易法和常系数线性微分方程的特征根法、比较系数法、Laplace变换；理解振动现象。

**考试内容**

1. 线性方程的一般性质

 线性微分方程的解的存在唯一性定理及线性微分算子的性质。

1. n阶线性齐次微分方程

 建立齐次线性微分方程的一般理论，得到通解结构定理，证明Liouville 公式并应用到2阶微分方程。

1. n阶线性非齐次方程

 n阶线性非齐次方程的通解结构定理与常数变易法。

1. n阶常系数线性齐次微分方程解法

用特征根法解常系数线性齐次微分方程的基本步骤、理论证明、典型示例。

1. n阶常系数线性非齐次微分方程解法

 比较系数法的建立、理论证明、典型示例。

1. Laplace变换

介绍Laplace变换以及如何应用Laplace变换求解一些常系数线性非齐次微分方程的Cauchy问题。

1. 2阶常系数线性方程与振动现象

依据线性微分方程的解的表示解释振动现象。

**考核要求**

准确理解线性微分方程的一般理论；熟练掌握Liouville 公式、常数变易法、特征根法、比较系数法和Laplace变换；能够依据解的一般表示讨论解的一些属性。

**第四章 线性微分方程组**

**考试要点**

准确理解线性微分方程组的一般理论；能够熟练掌握Liouville公式、常数变易法、常系数线性微分方程的特征根法和简单的非齐次方程的解法。

**考试内容**

1. 一阶微分方程组

 一阶微分方程组初值问题解的存在唯一性定理。

1. 线性微分方程组的一般概念

一阶线性微分方程组初值问题解的存在唯一性定理。

1. 线性齐次微分方程组的一般理论

 掌握线性齐次微分方程组的一般理论，得到通解结构定理，证明Liouville 公式。

1. 线性非齐次微分方程组的一般理论

 线性非齐次微分方程组的一般理论和常数变易法。

1. 常系数线性微分方程组的解法

 特征根法—理论证明与方法的熟练应用；简单的非齐次方程的解法。

**考核要求**

准确理解线性微分方程组的一般理论；熟练掌握Liouville 公式、常数变易法和特征根法；能够依据解的一般表示讨论解的一些属性。

**第五章 定性与稳定性概念**

**考试要点**

二维自治系统初等奇点的分类及其附近的轨线分布；极限环的定义与示例；稳定性概念及其判定定理，分别应用稳定性概念、线性化系统的特征值、Liapunov第二方法讨论自治系统的解的稳定性。

**考试内容**

1. 相平面作图 单摆

 自治系统及其轨线的分类与性质。

1. 初等奇点附近的轨线分布

 二维自治系统初等奇点的分类—结点、鞍点、焦点、中心及其附近的轨线分布。

1. 极限环举例

 极限环的定义与示例。

1. 稳定性概念

 稳定性概念、判定定理和判定方法，着重Liapunov第二方法。

**考核要求**

重点掌握二维自治系统初等奇点的分类及其附近的轨线分布；理解稳定性概念及其判定定理，会应用稳定性概念、线性化系统的特征值、Liapunov第二方法讨论自治系统的解的稳定性。

**参考书目**

1. 东北师范大学数学系，《常微分方程》，高等教育出版社，1982年。
2. 叶严谦，《常微分方程》，高等教育出版社，1982年（第二版）。
3. 中山大学数学系，《常微分方程》，高等教育出版社，1983年（第二版）。
4. 国家教育委员会师范教育司，《普通高度师范学校数学教育专业（本科）教育教学基本要求（试行）》，首都师范大学出版社，1994。