**海南师范大学全国硕士研究生招生自命题考试大纲**

考试科目代码：[] 考试科目名称：实变函数

﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡﹡

一、考试形式与试卷结构

（一）试卷成绩及考试时间

本试卷满分为100分，考试时间为120分钟。

（二）答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

（三）试卷结构

名词解释题；简答题；计算题；证明题等

二、考试目标：

1.掌握实变函数的基本概念和基础知识。

2.理解实变函数的基本理论和基本方法。

3.运用实变函数的基本理论和方法来证明和解决相关问题。

三、考试范围：

**第一章 集合**

集合的描述与表示，子集，集合的相等;集合的并、交、差、补运算及其性质，德·摩根公式：上限集、下限集及其性质。映射、单射、满射、双射，逆映射及其性质；对等及其性质；基数与基数的比较，伯恩斯坦定理。可数集的定义及等价条件，可列集及其性质，可数集的判断证明。不可数集的存在性, 连续基数及其性质，连续基数的判断证明，基数无最大者。

**第二章 点集**

度量空间概念、邻域及其性质、收敛点列、点集的距离与直径、区间概念。内点，外点，边界点，聚点及孤立点，聚点及其等价条件，边界，内核、导集与闭包概念及其简单性质。Bolzano-Weierstrass定理，开集与闭集的及其运算性质，海涅-波雷尔有限覆盖定理，紧集、自密集与完备集。直线上开集、闭集、完备集的构造。平面上开集的构造，康托（Cantor）集的构造与性质。

**第三章、测度论**

**教学内容:** 外测度及其性质，可测集的定义，可测集的运算性质，单调可测集列极限的测度。区间、开集、闭集皆可测、G6型集，Fσ型集，可测集同开集、闭集、 G6 型集、Fσ型集之间的关系。

**第四章、可测函数**

点集上的函数：广义实数系 R=R∪(±∞)的运算。可测函数的定义及等价条件，连续函数与简单函数皆可测，可测函数关于代数运算和极限运算的封闭性，可测函数同简单函数列的关系，“几乎处处”的概念。可测函数列的收敛性, 叶果洛夫定理。鲁金定理（两种形式），依测度收敛，依测度收敛与几乎处处收敛互不包含的例子，勒贝格定理，黎斯定理，依测度收敛极限的唯一性。

**第五章、勒贝格积分**

测度有限集合上有界函数的勒贝格大和与小和，上积分与下积分，有界勒贝格可积函数，有界可积的充要条件是有界可测，有界勒贝格可积函数的运算性质，勒贝格积分与黎曼积分的关系。有界函数积分的积分区域与被积函数的有限可加性，积分的线性性质。积分的单调性与绝对可积性，非负函数积分存在与可积的定义，一般函数积分存在与可积定义，勒贝格积分的性质。勒贝格控制收敛定理，列维渐升函数列积分定理，勒贝格逐项积分定理，可积函数积分区域可列可加性，法都引理，广义黎曼可积与勒贝格可积的关系。直积、截面的概念及性质，勒贝格积分的几何意义，富比尼定理。

四、主要参考书目

1**、**《实变函数与泛函分析基础》（第三四版）程其襄 张奠宙 魏国强 胡善文 王漱石 编**，**高等教育出版社 2019年6月 第4版

2、《实变函数论》（第二版）江泽坚 吴智泉编 高等教育出版社 1994年6月第2版；