

## 2020 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 1 页共 2 页

一、(每小题 5 分, 共 30 分) 计算下列各题

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{\cos x - 1}$  (5 分)。

2、已知  $e^{-xy} + 2z - e^z = 0$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  (5 分)。

3、求曲线  $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{4}$  处的切线方程和法线方程 (5 分)。

4、已知  $z = f\left(\frac{x}{y}, xy\right)$  可微, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  (5 分)。

5、 $\int_L (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} ds$ , 其中  $L$  是以原点为圆心, 以 1 为半径的右半圆周 (5 分)。

6、求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$  的收敛半径和收敛域 (5 分)。

二、(10 分) 证明: 当  $0 < x < 1$  时, 有  $x - \frac{1}{x} < 2 \ln x$ 。三、(15 分) 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(1) = 0$ , 证明在  $(0, 1)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使得  $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$  成立。四、(15 分) 证明反常积分  $\int_1^{+\infty} \sin x^2 dx$  条件收敛。

五、(15 分) 设  $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ , 求  $f_{xy}(0, 0), f_{yx}(0, 0)$ 。

六、(15 分) 求函数  $z = x^2 - xy + y^2$  在  $D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$  上的最大值和最小值。七、(15 分) 计算  $\iint_D (x+y) \sin(x-y) dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x+y \leq \pi, 0 \leq x-y \leq \pi\}$ 。八、(15 分) 计算  $\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ , 其中  $L$  为以  $(1, 0)$  为圆心, 以  $R$  为半径的圆周 ( $R \neq 1$ ), 方向取逆时针方向。

沈阳工业大学

2020 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 2 页共 2 页

九、(10 分) 计算  $\oiint_S x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy$  , 其中  $S$  是单位球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  的外侧。

十、(10 分) 证明函数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^x}$  在  $[a, b]$  上一致收敛 ( $a > 1$ )。