沈阳工业大学

2022年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

科目名称：数学分析

一、（每小题5分，共30分）计算下列各题

1、求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-e}{x}$ （5分）

2、设 $z=f(x^2-y^2,xy)$，其中函数 $z=f(u,v)$ 具有二阶连续的偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ （5分）

3、求下列曲线在所示点处的切线与法平面方程：

$x=a\sin^2 t, y=b\sin t\cos t, z=c\cos^2 t$ 在点 $t=\frac{\pi}{4}$ （5分）

4、计算第一型曲线积分：$\int_L xy^2dy-x^2ydx$，L 是以 a 为半径，圆心在原点的右半圆周从最上面的一点 A 到最下面一点 B；（5分）

5、求幂级数 $\sum\dfrac{(n!)^2}{(2n)!}x^n$ 的收敛域。（5分）

6、求下列方程组所确定的隐函数组的导数：

$\begin{cases}x-u^2-yu=0\\ y-v^2-xu=0\end{cases}$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\dfrac{\partial v}{\partial x},\dfrac{\partial u}{\partial y},\dfrac{\partial v}{\partial y}$ （5分）

二、（10分）证明：若函数 f,g 在区间 $[a,b]$ 上可导，且 $f'(x)>g'(x)$，$f(a)=g(a)$，则在 $(a,b]$ 内有 $f(x)>g(x)$.

三、（15分）利用 $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{\cos x-1}{x}\right)$ 的幂级数展开式，求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{2n-1}{(2n)!}(\dfrac{\pi}{2})^{2n}$ 的和.

四、（15分）设 f 为 $[a,+\infty)$ 上非负连续函数，证明若 $\int_a^{+\infty}xf(x)dx$ 收敛，则 $\int_a^{+\infty}f(x)dx$ 也收敛.

五、（15分）证明函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{|xy|}}{x^2+y^2}, x^2+y^2\neq 0\\ 0, x^2+y^2=0\end{cases}$

在点（0，0）不连续且偏导数存在。

科目名称：数学分析

六、（15 分）求函数 $z=x^2+y^2$ 在圆域 $(x-\sqrt{2})^2+(y-\sqrt{2})^2\le 9$ 上的最大值和最小值.

七、（15 分）计算二重积分：$\iint\limits_D (x+y)dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 2x\}$

八、（15 分）计算曲线积分 $\oint_L (2xy-x^2)dx+(x+y^2)dy$

其中 L 是由抛物线 $y=x^2$ 与 $y^2=x$ 所围成的区域的正向边界曲线.

九、（10 分）计算曲面积分：$I=\iint\limits_{\Sigma} 2xz^2dydz+y(z^2+1)dzdx+(9-z^3)dxdy$

其中 Σ 为曲面 $z=x^2+y^2+1(1\le z\le 2)$，取下侧.

十、（10 分）设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上连续，在开区间 $(0,1)$ 内可导，且

$$\int_0^{\frac{2}{\pi}} e^{f(x)}\arctan x dx=\frac{1}{2}, f(1)=0$$

证明：至少存在一点 $\xi\in(0,1)$，使得 $f'(\xi)=\dfrac{-1}{(1+\xi^2)\arctan\xi}$.