

# 601 数学分析 考试大纲

(研招考试主要考察考生分析问题与解决问题的能力,大纲所列内容为考生需掌握的基本内容,仅供复习参考使用,考试范围不限于此)

## 一、考试总体要求与考试要点

### 1. 考试对象

考试对象为具有全国硕士研究生入学考试资格并报考西安电子科技大学数学与统计学院硕士研究生的考生。

### 2. 考试总体要求

测试考生对数学分析的基本内容的理解、掌握和熟练程度。要求考生熟悉数学分析的基本理论、掌握数学分析的基本方法,具有较强的抽象思维能力、逻辑推理能力和运算能力。

### 3. 考试内容和要点

#### (一) 实数集与函数

- 1、实数: 实数的概念; 实数的性质; 绝对值不等式。
- 2、函数: 函数的概念; 函数的定义域和值域; 复合函数; 反函数。
- 3、函数的几何特性: 单调性; 奇偶性; 周期性。

要求: 理解和掌握绝对值不等式的性质,会求解绝对值不等式; 掌握函数的概念和表示方法,会求函数的定义域和值域,会证明具体函数的几何特性。

#### (二) 数列极限

- 1、数列极限的概念 ( $\varepsilon-N$  定义)。
- 2、数列极限的性质: 唯一性; 有界性; 保号性。
- 3、数列极限存在的条件: 单调有界准则; 两边夹法则。

要求: 理解和掌握数列极限的概念,会使用  $\varepsilon-N$  语言证明数列的极限; 掌握数列极限的基本性质、运算法则以及数列极限的存在条件(单调有界原理和两边夹法则),并能运用它们求数列极限; 了解无穷小量和无穷大量的概念性质和运算法则,会比较无穷小量与无穷大量的阶。

#### (三) 函数极限

- 1、函数极限的概念 ( $\varepsilon-\delta$  定义、 $\varepsilon-X$  定义); 单侧极限的概念。
- 2、函数极限的性质: 唯一性; 局部有界性; 局部保号性。
- 3、函数极限存在的条件: 海涅归结原则。

#### 4、两个重要极限。

要求：理解和掌握函数极限的概念，会使用  $\varepsilon-\delta$  语言以及  $\varepsilon-X$  语言证明函数的极限；掌握函数极限的基本性质、运算法则，会使用海涅归结原理证明函数极限不存在；掌握两个重要极限并能利用它们来求极限；了解单侧极限的概念以及求法。

#### （四）函数连续

1、函数连续的概念：一点连续的定义；区间连续的定义；单侧连续的定义；间断点的分类。

2、连续函数的性质：局部性质及运算；闭区间上连续函数的性质（最值性、有界性、介值性、一致连续性）；复合函数的连续性；反函数的连续性。

3、初等函数的连续性。

要求：理解与掌握函数连续性、一致连续性的定义以及它们的区别和联系，会证明具体函数的连续以及一致连续性；理解与掌握函数间断点的分类；能正确叙述并简单应用闭区间上连续函数的性质；了解反函数、复合函数以及初等函数的连续性。

#### （五）实数系六大基本定理及应用

1、实数系六大基本定理：确界存在定理；单调有界定理；闭区间套定理；致密性定理；柯西收敛准则；有限覆盖定理。

2、闭区间上连续函数性质的证明：有界性定理的证明；最值性定理的证明；介值性定理的证明；一致连续性定理的证明。

要求：理解和掌握上、下确界的定义，会求具体数集的上、下确界；理解和掌握闭区间上连续函数性质及其证明；能正确叙述实数系六大基本定理的内容及其证明思想，会使用开覆盖以及二分法构造区间套进行简单证明。

#### （六）导数与微分

1、导数概念：导数的定义；单侧导数；导数的几何意义。

2、求导法则：初等函数的求导；反函数的求导；复合函数的求导；隐函数的求导；参数方程的求导；导数的运算（四则运算）。

3、微分：微分的定义；微分的运算法则；微分的应用。

4、高阶导数与高阶微分。

要求：能熟练地运用导数的运算性质和求导法则求具体函数的（高阶）导数和微分；理解和掌握可导与可微、可导与连续的概念及其相互关系；掌握左、右导数的概念以及分段函数求

导方法，了解导函数的介值定理。

### (七) 微分学基本定理

1、中值定理：罗尔中值定理；拉格朗日中值定理；柯西中值定理。

2、泰勒公式。

要求：理解和掌握中值定理的内容、证明及其应用；了解泰勒公式及在近似计算中的应用，能够把某些函数按泰勒公式展开

### (八) 导数的应用

1、函数的单调性与极值。

2、函数凹凸性与拐点。

3、几种特殊类型的未定式极限与洛必达法则。

要求：理解和掌握函数的单调性和凹凸性，会使用这些性质求函数的极值点以及拐点；能根据函数的单调性、凹凸性、拐点、渐近线等进行作图；能熟练地运用洛必达法则求未定式的极限。

### (九) 不定积分

1、不定积分概念。

2、换元积分法与分部积分法。

3、有理函数的积分。

要求：理解和掌握原函数和不定积分概念以及它们的关系；熟记不定积分基本公式，掌握换元积分法、分部积分法，会求初等函数、有理函数、三角函数的不定积分。

### (十) 定积分

1、定积分的概念；定积分的几何意义。

2、定积分存在的条件：可积的必要条件和充要条件；达布上和与达布下和；可积函数类(连续函数，只有有限个间断点的有界函数，单调函数)。

3、定积分的性质：四则运算；绝对值性质；区间可加性；不等式性质；积分中值定理。

4、定积分的计算：变上限积分函数；牛顿-莱布尼兹公式；换元公式；分部积分公式。

要求：理解和掌握定积分概念、可积的条件以及可积函数类；熟练掌握和运用牛顿-莱布尼兹公式，换元积分法，分部积分法求定积分。

### (十一) 定积分的应用

1、定积分的几何应用：微元法；求平面图形的面积；求平面曲线的弧长；求已知截面面

积的立体或者旋转体的体积；求旋转曲面的面积。

2、定积分的物理应用：求质心；求功；求液体压力。

要求：理解和掌握"微元法"；掌握定积分的几何应用；了解定积分的物理应用。

## (十二) 数项级数

1、预备知识：上、下极限；无穷级数收敛、发散的概念；收敛级数的基本性质；柯西收敛原理。

2、正项级数：比较判别法；达朗贝尔判别法；柯西判别法；积分判别法。

3、任意项级数：绝对收敛与条件收敛的概念及其性质；交错级数与莱布尼兹判别法；阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。

要求：理解和掌握正项级数的收敛判别法以及交错级数的莱布尼兹判别法；掌握一般项级数的阿贝尔判别法与狄利克雷判别法；了解上、下极限的概念和性质以及绝对收敛和条件收敛的概念和性质。

## (十三) 反常积分

1、无穷限的反常积分：无穷限的反常积分的概念；无穷限的反常积分的敛散性判别法。

2、无界函数的反常积分：无界函数的反常积分的概念；无界函数的反常积分的敛散性判别法。

要求：理解和掌握反常积分的收敛、发散、绝对收敛、条件收敛的概念；掌握反常积分的柯西收敛准则，会判断某些反常积分的敛散性。

## (十四) 函数项级数

1、一致收敛的概念。

2、一致收敛的性质：连续性定理；可积性定理；可导性定理。

3、一致收敛的判别法；M-判别法；阿贝尔判别法；狄利克雷判别法。

要求：理解和掌握一致收敛的概念、性质及其证明；能够熟练地运用M-判别法判断一些函数项级数的一致收敛性。

## (十五) 幂级数

1、幂级数的概念以及幂级数的收敛半径、收敛区间、收敛域。

2、幂级数的性质。

3、函数展开成幂级数。

要求：理解和掌握幂级数的概念，会求幂级数的和函数以及它的收敛半径、收敛区间、收

敛域；掌握幂级数的性质以及两种将函数展开成幂级数的方法，会把一些函数直接或者间接展开成幂级数。

### （十六）傅里叶级数

- 1、傅里叶级数：三角函数系的正交性；傅里叶系数。
- 2、以  $2\pi$  为周期的函数的傅里叶级数。
- 3、以  $2L$  为周期的傅里叶级数。
- 4、收敛定理的证明。
- 5、傅里叶变换。

要求：理解和掌握三角函数系的正交性与傅里叶级数的概念；掌握傅里叶级数收敛性判别法；能将一些函数展开成傅里叶级数；了解收敛定理的证明以及傅里叶变换的概念和性质。

### （十七）多元函数极限与连续

- 1、平面点集与多元函数的概念。
- 2、二元函数的二重极限、二次极限。
- 3、二元函数的连续性。

要求：理解和掌握二元函数的二重极限、二次极限的概念以及它们之间的关系，会计算一些简单的二元函数的二重极限和二次极限；掌握平面点集、聚点的概念；了解平面点集的几个基本定理以及闭区域上多元连续函数的性质。

### （十八）多元函数的微分学

- 1、偏导数与全微分：偏导数与全微分的概念；可微与可偏导、可微与连续、可偏导与连续的关系。
- 2、复合函数求偏导数以及隐函数求偏导数。
- 3、空间曲线的切线与法平面以及空间曲面的切平面和法线。
- 4、方向导数与梯度。
- 5、多元函数的泰勒公式。
- 6、极值和条件极值

要求：理解和掌握偏导数、全微分、方向导数、梯度的概念及其计算；掌握多元函数可微、可偏导和连续之间的关系；会求空间曲线的切线与法平面以及空间曲面的切平面和法线；会求函数的极值、最值；了解多元泰勒公式。

### （十九）隐函数存在定理、函数相关

1、隐函数：隐函数存在定理；反函数存在定理；雅克比行列式。

2、函数相关。

要求：了解隐函数的概念及隐函数存在定理，会求隐函数的导数；了解函数行列式的性质以及函数相关。

### （二十）含参变量积分以及反常积分

1、含参变量积分：积分与极限交换次序；积分与求导交换次序；两个积分号交换次序。

2、含参变量反常积分：含参变量反常积分的一致收敛性；一致收敛的判别法；欧拉积分、B函数、 $\Gamma$ 函数。

要求：理解和掌握积分号下求导数的方法；掌握B函数、 $\Gamma$ 函数的性质及其相互关系；了解含参变量反常积分的一致收敛性以及一致收敛的判别法。

### （二十一）重积分

1、重积分概念：重积分的概念；重积分的性质。

2、二重积分的计算：用直角坐标计算二重积分；用极坐标计算二重积分；用一般变换计算二重积分。

3、三重积分计算：用直角坐标计算三重积分；用柱面坐标计算三重积分；用球面坐标计算三重积分。

4、重积分应用：求物体的质心、转动惯量；求立体体积，曲面的面积；求引力。

要求：理解和掌握二重、三重积分的各种积分方法和特点，会选择最合适的方法进行积分；掌握并合理运用重积分的对称性简化计算；了解柱面坐标和球面坐标积分元素的推导。

### （二十二）曲线积分与曲面积分

1、第一类曲线积分：第一类曲线积分的概念、性质与计算；第一类曲线积分的对称性。

2、第二类曲线积分：第二类曲线积分的概念、性质与计算；两类曲线积分的联系。

3、第一类曲面积分：第一类曲面积分的概念、性质与计算；第一类曲面积分的对称性。

4、第二类曲面积分：曲面的侧；第二类曲面积分的概念、性质与计算；两类曲面积分的联系。

5、格林公式：曲线积分与路径的无关的四种等价叙述。

6、高斯公式。

7、斯托克斯公式。

8、场论初步：梯度；散度；旋度。

要求：理解和掌握两类曲线积分与曲面积分的概念、性质与计算，会使用对称性简化第一类曲线以及曲面积分；熟练掌握格林公式、高斯公式的证明并能利用它们求一些曲线积分和曲面积分；了解两类曲线积分及曲面积分的区别和联系；了解斯托克斯公式和场论初步。

## 二、考试形式

1. 考试时间：180 分钟。
2. 试卷分值：150 分。
3. 考试方式：闭卷考试。