812《高等代数》考试大纲

1. **大纲综述**

高等代数是大学数学系本科学生的最基本课程之一，也是大多数理工科专业学生的重要基础课程。为帮助考生明确考试范围和有关要求，特制订本考试大纲。

本考试大纲主要根据北京林业大学数学与应用数学本科《高等代数》教学大纲编制而成，适用于报考北京林业大学数学学科各专业（基础数学、概率论与数理统计、计算数学、应用数学）硕士学位研究生的考生。

1. **考试内容**

1、多项式

（1）多项式及其运算

（2）整除性理论

（3）最大公因式

（4）因式分解定理

（5）重因式

（6）复系数与实系数多项式的因式分解

（7）有理系数多项式

2、行列式

（1）*n*阶行列式的定义

（2）行列式的性质

（3）列式按行(列)展开公式

（4）行列式的计算

（5）矩阵的初等变换，阶梯形矩阵和行最简阶梯形矩阵

（6）克莱姆法则

3、线性方程组

（1）线性方程组的初等变换

（2）*n*维向量空间

（3）线性相关性

（4）向量组的极大线性无关组和秩，矩阵的秩

（5）线性方程组有解的判别定理与解的结构

4、矩阵

（1）矩阵的运算

（2）矩阵的分块

（3）矩阵的逆

（4）正交矩阵

（5）等价矩阵

（6）初等矩阵与初等交换的关系

5、二次型

（1）二次型及其矩阵表示

（2）化二次型为标准形

（3）复二次型和实二次型的规范形

（4）正定二次型，其它有定二次型

6、线性空间

（1）集合、映射

（2）线性空间的定义和简单性质

（3）维数、基与坐标

（4）基变换与坐标变换

（5）线性子空间

（6）线性空间的同构

7、线性变换

（1）线性变换的定义和简单性质

（2）线性变换的运算

（3）线性变换在给定基下的矩阵，矩阵的相似

（4）线性变换的特征值与特征向量

（5）矩阵的对角化

（6）不变子空间

（7）若当标准形

8、欧氏空间

（1）欧式空间的定义与简单性质

（2）度量矩阵、施密特正交化过程、标准正交基

（3）子空间的正交补

（4）欧氏空间的同构

（5）正交变换、对称变换与对称矩阵

（6）最小二乘法

9、双线性函数

（1）双线性函数、对偶空间

（2）线性空间上的二次齐次函数

1. **考试要求**

1、多项式

理解数域上一元多项式的概念、多项式整除的概念和性质、最大公因式的概念和性质。掌握多项式的加法和乘法，会做带余除法，会求最大公因式；了解多项式互素、不可约多项式、多项式的导数及重因式分解的概念。理解因式分解唯一性定理，会判别重因式；了解多项式函数和多项式根的概念，会求有理系数多项式的有理根。

2、行列式

理解*n*阶行列式的概念与性质，掌握矩阵的初等变换；掌握行列式的计算，会运用行列式的性质，通过降阶法和消去法及其综合使用去计算行列式；熟悉克莱姆法则，会运用它解线性方程组。

3、线性方程组

理解消元法和矩阵初等变换的关系，掌握用矩阵初等变换解线性方程组的方法；理解线性相关、线性无关、线性表出的概念及其与线性方程组的关系，会判别向量组是否线形相关；理解向量组的秩和极大线性无关的概念，并会计算；理解矩阵的秩的概念，熟悉用初等变换求矩阵的秩和等价标准形的方法；熟悉线性方程组有解判别定理及其应用。

4、矩阵

理解矩阵可逆的概念，掌握矩阵可逆的判别，了解初等矩阵与初等变换的关系。知道对称矩阵、反对称矩阵、正交矩阵的概念；掌握矩阵的加法、乘法、数量乘法和转置运算。掌握用初等变换求逆矩阵的方法，会做矩阵的分块运算。

5、二次型

理解二次型及其标准形、规范形的概念，二次型与对称矩阵的一一对应关系。了解合同的概念及其性质；掌握用初等变换化二次型为标准形的方法；了解正定二次型的概念，会判别正定性，知道其它有定二次型的概念。

6、线性空间

理解集合、映射、单射、满射的概念和性质；理解线性空间的概念，理解空间中基与维数的概念，理解基组在线性空间理论中的重要作用。掌握基变换与坐标变换的公式及其应用；理解子空间的概念，熟悉子空间判别方法。了解子空间的交与和、子空间的直和的概念，熟悉子空间的和是直和的几个判别定理。熟悉维数公式；了解线性空间同构的概念，了解数域*P*上任一*n*维线性空间与*Pn*同构的定理。知道同一数域上两个有限维线性空间同构的充要条件。

7、线性变换

理解线性变换的概念，理解线性变换在给定基下矩阵的概念，理解矩阵的相似、特征值与特征向量的概念，理解线性变换的对角化与矩阵的对角化的意义及其之间的关系，了解线性变换与矩阵的对应关系；了解特征多项式的概念及哈密顿-凯莱定理，了解线性变换的值域与核的概念，了解不变子空间的概念，知道根子空间的概念，知道最小多项式及其性质，知道若当标准形；掌握线性变换的矩阵表示及其对角化，熟悉同一线性变换在不同基下矩阵之间的关系及其计算方法。

8、欧氏空间

理解欧氏空间、标准正交基、正交变换与正交矩阵的关系。了解度量矩阵、向量的长度与夹角的概念。了解欧氏空间同构的概念和充要条件；掌握求标准正交基的方法；理解对称变换及其充要条件，理解对称变换与对称矩阵的关系，掌握求实对称矩阵正交相似标准形的方法。了解子空间正交补的概念，知道最小二乘法。

9、双线性函数

掌握线性函数、对偶空间、对偶基和双重对偶空间的概念；理解双线性函数及其度量矩阵的定义；理解对称双线性函数的概念，知道对称双线性函数的度量矩阵的对角（分块对角）形式。掌握二次函数的概念。

1. **试题结构**

1、填空题或选择题（约占50分）

2、解答题（约占100分）

1. **考试方式及时间**

考试方式为闭卷、笔试，时间为3小时，满分为150分。

1. **主要参考资料**

《高等代数》（第五版），北京大学数学系前代数小组编，王萼芳、石生明 修订，高等教育出版社，2019。