

# 天津商业大学 2024 年硕士研究生招生考试（初试）

## 自命题科目考试大纲

科目代码：714

科目名称：高等数学

### 一、考试要求

《高等数学》考试是为高等院校和科研院所招收统计学学术硕士研究生而设置的具有选拔性质的考试科目。其目的是科学、公平和有效地测试考生是否具备攻读统计学学术硕士学位所必须的基本数学素质和培养潜能，以便选拔具有发展潜力的优秀人才入学，为国家的经济建设培养具有良好职业道德、法制观念和国际视野、具有较强分析问题与解决实际问题能力的高层次统计专业人才。本课程考试主要测试考生掌握数学分析与高等代数基本知识、理论与方法的水平，以及运用其解决问题的能力。

### 二、考试形式及时间

（一）考试形式：考试方式为闭卷笔试。

（二）考试时间：试卷满分为 150 分，考试时间 180 分钟。

### 三、考试内容

#### 数学分析部分

#### （一）函数 极限 连续

在理解函数、极限与连续性概念的基础上，掌握极限的计算方法，理解闭区间上连续函数的性质，并会应用这些性质。

具体考核主要包括：

1. 函数极限存在性判别及计算；
2. 函数连续性讨论；
3. 闭区间上连续函数性质的应用。

#### （二）一元函数微分学

在理解导数的概念及可导性与连续性之间关系的基础上，掌握基本初等函数的导数公式、导数的四则运算法则及复合函数的求导法则，会求分段函数、反函数与隐函数的导数及高阶导数；了解导数的几何意义与经济意义（含边际与弹性的概念），会求平面曲线的切线方程和法线方程；了解微分的概念、导数与微分之间的关系以及一阶微分形式的不变

性,会求函数的微分;理解罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理、泰勒(Taylor)定理及柯西(Cauchy)中值定理,并掌握其简单应用;掌握洛必达法则求极限、函数单调性的判别的方法,掌握函数极值、最大(小)值的求法及其应用,会用导数判断函数图形的凹凸性(注:在区间 $(a,b)$ 内,设函数 $f(x)$ 具有二阶导数.当 $f''(x)>0$ 时, $f(x)$ 的图形是凹的;当 $f''(x)<0$ 时, $f(x)$ 的图形是凸的),会求函数图形的拐点和渐近线,会描述简单函数的图形。

具体考核主要包括:

1. 导数的概念、几何意义和经济意义(含边际与弹性的概念),可导性与连续性之间的关系;

2. 求导法则、高阶导数;

3. 微分的概念及计算方法;

4. 微分中值定理(四个)及简单应用;

5. 洛必达法则求极限的方法;

6. 函数单调性、极值、最大(小)值的求法及曲线拐点和渐近线的求法;

7. 最大(小)值的应用及简单函数的图形的描述。

### (三) 一元函数积分学

在理解原函数与不定积分概念的基础上,掌握不定积分的基本性质和基本积分公式,掌握不定积分的换元积分法与分部积分法;了解定积分的概念、基本性质和解定积分中值定理;理解积分上限的函数并会求其导数,掌握牛顿-莱布尼茨公式及定积分的换元积分法和分部积分法;会利用定积分计算平面图形的面积、旋转体的体积和函数的平均值以及求解简单的经济应用问题;了解反常积分的概念,会计算反常积分。

具体考核主要包括:

1. 原函数与不定积分的概念、不定积分的基本性质、基本积分公式及计算方法(换元积分法与分部积分法);

2. 定积分的概念、基本性质及积分中值定理,积分上限的函数导数计算方法,定积分的计算方法;

3. 定积分的几何应用和利用定积分求解简单经济应用问题;

4. 反常积分的计算。

### (四) 多元函数微分学

在理解多元函数的概念、二元函数的几何意义、二元函数的极限与连续性、多元函数偏导数与全微分概念的基础上,掌握求多元函数偏导数(一阶、二阶)、全微分的方法;

了解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件及二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值及简单多元函数的最大（小）值，会解决简单的应用问题。

具体考核主要包括：

1. 多元函数的概念、二元函数的几何意义、二元函数的极限与连续性及其有界闭区域上二元连续函数的性质；
2. 多元函数偏导数与全微分的概念，求多元函数（复合函数、隐函数）偏导数、全微分的方法
3. 多元函数极值存在的必要条件及二元函数极值存在的充分条件；
4. 二元函数的极值、条件极值的求法（拉格朗日乘数法），简单多元函数的最大（小）值及解决简单的应用问题的方法。

### （五）重积分

在理解二重积分的概念与基本性质的基础上，掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）；了解无界区域上较简单的反常二重积分并会计算。

具体考核主要包括：

1. 二重积分的概念、基本性质和计算方法；
2. 无界区域上简单的反常二重积分计算方法。

### （六）无穷级数

在了解级数收敛与发散、收敛级数的和的概念以及级数收敛的必要条件的基础上，掌握几何级数及  $p$  级数的收敛与发散的充分条件，掌握正项级数审敛法；了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念及其关系，掌握交错级数审敛法；会求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域；了解幂级数在其收敛区间内的基本性质（和函数的连续性、逐项求导和逐项积分），会求简单幂级数在其收敛区间内的和函数。

具体考核主要包括：

1. 常数项级数的收敛与发散、收敛级数的和的概念及级数收敛的必要条件；
2. 掌握正项级数审敛法（比较判别法、比值判别法、根值法）；
3. 级数绝对收敛与条件收敛的概念及二者之间的关系，交错级数的莱布尼茨判别法；
4. 幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法；
5. 简单幂级数在其收敛区间内的和函数的求法，简单初等函数的幂级数展开式。

### （七）微分方程与差分方程

在了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念的基础上，掌握变量可分

离的微分方程、齐次微分方程和一阶线性微分方程的求解方法；了解线性微分方程解的性质及解的结构定理，掌握二阶常系数齐次线性微分方程、二阶常系数非齐次线性微分方程（自由项为多项式、指数函数、正弦函数或余弦函数）的求解方法；会用微分方程求解简单的经济应用问题；了解差分与差分方程及其通解与特解等概念，掌握一阶常系数线性差分方程的求解方法。

具体考核主要包括：

1. 变量可分离的微分方程、齐次微分方程和一阶线性微分方程的求解方法；
2. 线性微分方程解的性质及解的结构定理；
3. 二阶常系数齐次、非齐次线性微分方程的求解方法；
4. 一阶常系数线性差分方程通解与特解的求解方法；
5. 微分方程的简单应用。

## 高等代数部分

### （一）行列式

了解行列式的概念，掌握行列式的性质，会应用行列式的性质和按行（列）展开定理计算行列式。

### （二）矩阵

理解矩阵的概念，了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵及反对称矩阵等的定义及性质，掌握矩阵的线性运算、乘法、转置、幂、乘积的行列式及其运算性质，掌握逆矩阵的概念、性质、矩阵可逆的充分必要条件及求逆矩阵的方法；理解伴随矩阵的概念，理解矩阵等价及矩阵秩的概念，掌握用初等变换求矩阵秩的方法；了解分块矩阵的概念，掌握分块矩阵的运算法则。

具体考核主要包括：

1. 矩阵的线性运算、乘法、转置、幂、乘积的行列式及其运算规律；
2. 逆矩阵概念、性质，矩阵可逆的充分必要条件及求逆矩阵的方法、矩阵方程解法；
3. 矩阵的秩的概念及求秩的方法；
4. 分块矩阵的运算法则。

### （三）向量

在理解向量的线性组合与线性表示、向量组的线性相关与线性无关、向量组的极大线性无关组及向量组等价概念的基础上，掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法，会求向量组的极大线性无关组及秩，理解矩阵的秩与其行（列）向量组的秩之间的关

系；了解内积的概念，掌握线性无关向量组正交规范化的施密特（Schmidt）方法；掌握正交矩阵的概念及性质，在理解向量空间概念的基础上，会求向量空间的基、维数与向量在给定基下的坐标、基之间的过渡矩阵。

具体考核主要包括：

1. 向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法；
2. 向量组的极大线性无关组、秩的求法及将剩余向量由所求极大无关组线性表示的方法；
3. 线性无关向量组正交规范化的施密特（Schmidt）方法；
4. 向量空间的基、维数与向量在给定基下的坐标、基之间的过渡矩阵。

#### （四）线性方程组

理解线性方程组的克拉默（Cramer）法则的应用条件，理解线性方程组解的结构及通解的概念，掌握求解线性方程组的高斯消元法（用初等行变换求解线性方程组的方法）及解的判定定理，理解基础解系的概念并掌握基础解系的求法。

具体考核主要包括：

1. 克拉默法则求解线性方程组；
1. 齐次线性方程组有非零解的判定、基础解系和通解的求法；
2. 非齐次线性方程组有解和无解的判定、解的结构及通解的求法。

#### （五）矩阵对角化

在理解矩阵的特征值、特征向量的概念基础上，掌握矩阵特征值的性质、求矩阵特征值和特征向量的方法；理解矩阵相似的概念，掌握相似矩阵的性质及矩阵可相似对角化的充分必要条件，掌握将矩阵化为相似对角矩阵的方法；掌握实对称矩阵的特征值和特征向量的性质及其对角化的方法。

具体考核主要包括：

1. 矩阵的特征值与特征向量的概念、性质及其求法；
2. 矩阵相似的概念，相似矩阵的性质、矩阵可相似对角化的充分必要条件及将矩阵化为相似对角矩阵的方法；
3. 实对称矩阵的特征值和特征向量的性质及其对角化的方法。

#### （六）二次型

了解二次型及其矩阵表示，了解合同变换与合同矩阵、二次型的秩、二次型的标准形和规范形等概念，知道惯性定理，掌握化二次型为标准型的方法；理解正定二次型、正定矩阵的概念，掌握其判别方法。

具体考核主要包括：

1. 二次型的矩阵表示，合同变换与合同矩阵的概念、惯性定理；
2. 用正交变换和配方法化二次型为标准形的方法；
3. 正定二次型（正定矩阵）的判别方法。

#### 四、考试题型及比例

题型 内容	单项选择题	计算与分析题	应用与证明
数学分析	30 分	45 分	15 分
高等代数	20 分	30 分	10 分
合 计	50 分	75 分	25 分

#### 五、参考书目

- [1] 罗蕴玲等编著. 高等数学及其应用（第二版）. 高等教育出版社，2016
- [2] 李乃华等编著. 线性代数及其应用（第二版）. 高等教育出版社，2016
- [3] 华东师范大学数学系编. 数学分析（第四版上册）. 高等教育出版社，2012
- [4] 北京大学数学系几何与代数教研室前代数小组编. 高等代数（第三版）. 高等教育出版社，2003