

# 重庆三峡学院 2024 年全日制硕士学位研究生招生考 试复试笔试科目考试大纲

科目名称	泛函分析
试卷满分	100 分
考试时间	120 分钟
考试方式	闭卷
试卷内容结构 度量空间与线性赋范空间，线性有界算子和线性连续泛函，内积空间和 Hilbert 空间，Banach 空间中的基本定理。	
试卷题型结构 重要概念叙述 10 小题，每小题 6 分，共 60 分； 证明题 4 小题，每小题 10 分，共 40 分。	
考试目标 选拔合格的硕士研究生新生。	
考试内容和要求 <b>一、度量空间与线性赋范空间</b> <b>考试内容：</b> 第一节 度量空间的进一步例子 度量空间的概念与例子距离及度量空间的定义；例子(欧氏空间...等)。 第二节 度量空间中的极限，稠密行，可分空间 度量空间中的极限、稠密性、可分空间领域的概念；收敛点列；有界集；具体空间中收敛性的意义；稠密性与可分空间的概念；不可分空间的例子。 第三节 连续映射 映射连续性的各种定义及其等价性。 第四节 Cauchy 点列与完备度量空间 度量空间中 Cauchy 点列的概念；完备度量空间的定义；完备度量空间与不完备度量空间的各类例子；度量空间闭子空间的完备性。 第五节 度量空间的完备化 度量空间的完备化等距同构；度量空间的完备化定理。 第六节 压缩映像原理及其应用 压缩映像的定义；压缩映像原理；在隐函数定理及常微分方程中的应用。	

## 第七节 线性空间

本节内容为线性空间的基本概念。因学生已在高等代数课程中学过有限维空间的有关内容，故只需简要回顾并强调无限维线性空间的特征即可。

## 第八节 线性赋范空间和 Banach 空间

范数，线性赋范空间和 Banach 空间的概念；依范数收敛...空间；有限维赋范空间的拓扑同构性。

### 考试要求：

掌握度量空间，线性赋范空间和 Banach 空间的概念和性质；掌握映射连续性，度量空间的完备性等概念；透彻理解压缩映像原理及其简单应用。能独立解答基本的习题。

## 二、有界线性算子和连续线性泛函

### 考试内容：

#### 第一节 有界线性算子与连续线性泛函

有界线性算子与连续线性泛函的概念，例子，有界与连续的等价性，有界线性算子零空间的性质，算子范数。

#### 第二节 线性算子空间和共轭空间

线性算子空间的结构及其完备性，共轭空间，保距算子，同构映照，同构，一些具体空间的共轭空间。

### 考核要求：

掌握有界线性算子，线性连续泛函，有界性，连续性，算子范数，共轭空间，保距算子，同构映照，同构等基本概念；掌握有界与连续的等价性定理，基本定理；能够计算简单的算子范数和一些具体空间的共轭空间。能独立解答基本的习题。

## 三、内积空间和 Hilbert 空间

### 考试内容：

#### 第一节 内积空间的基本概念

内积空间与 Hilbert 空间的定义，平行四边形公式，内积空间的判定。

#### 第二节 投影定理

点到集合的距离，凸集，极小化向量定理，集合的正交，Hilbert 空间的正交分解，投影算子及其性质。

#### 第三节 Hilbert 空间中的规范正交系

Bessel 不等式，Parseval 恒等式，规范直交系的定义与判定，Gram-Schmidt 正交化过程，Hilbert 空间的同构。

#### 第四节 Hilbert 空间上的连续线性泛函

Riesz 表示定理，共轭算子及其性质。

#### 第五节 自伴算子、酉算子和正常算子

自伴算子、酉算子和正常算子的基本概念与简单性质。

### 考试要求：

掌握内积空间，Hilbert 空间，平行四边形公式，规范正交系，Bessel 不等式，Parseval 恒等式，投影算子，共轭算子，自伴算子，酉算子和正常算子等基本概念；掌握极小化向量定理，投影定理，规范直交系的判定定理，Riesz 表示定理等基本定理的内容与证明。能独立解答基本的习题。

## 四、Banach 空间中的基本定理

### 考试内容：

#### 第一节 泛函延拓定理

次线性泛函，Hahn-Banach 泛函延拓定理的实形式及其推论。

## 第二节 $C[a,b]$ 的共轭空间

$C[a,b]$ 的共轭空间、Riesz 表示定理。

## 第三节 共轭算子

线性赋范空间中共轭算子的定义及性质。

## 第四节 纲定理和一致有界性定理

第一纲集，第二纲集，Baire 纲定理，一致有界性定理

## 第五节 强收敛、弱收敛和一致收敛

强收敛、弱收敛和一致收敛的定义，例子，相互关系，强收敛的充要条件。

## 第六节 逆算子定理

逆算子定理及其证明。

## 第七节 闭图象定理

线性算子的图象，闭算子，闭图象定理。

### 考试要求：

掌握本章涉及到的所有基本概念，基本定理；由于 Hahn-Banach 延拓定理，Riesz 表示定理，Baire 纲定理，逆算子定理，闭图象定理是泛函分析基础理论的主要构成部分，要求熟练掌握这些内容。能独立解答基本的习题。

### 参考书目

- 1、程其襄等，《实变函数与泛函分析基础》，高等教育出版社，2019，第四版。
- 2、王声望，郑维行，《实变函数与泛函分析概要》，第二册，高等教育出版社，2010，第二版。
- 3、张恭庆,林源渠，泛函分析讲义(上)，北京：北京大学出版社，1987年。

### 备注