重庆三峡学院 2024 年全日制硕士学位研究生招生考试初试自命题科目考试大纲

科目名称	高等代数
科目代码	808
命题方式	自命题
试卷满分	150 分
考试时间	180 分钟
考试方式	闭卷

试卷内容结构

高等代数 100%

试卷题型结构

填空题，共 5 个，每题 3 分，共 15 分；
选择题，共 5 个，每题 3 分，共 15 分；
计算题，共 10 个，每题 8 分，共 80 分；
证明题，共 4 个，每题 10 分，共 40 分.

考试目标

选拔合格的硕士研究生新生。

考试内容和要求

（一）多项式

1. 掌握数域 P 上一元多项式的概念、运算及多项式的和与积的次数，会用多项式相等求待定系数；
2. 掌握带余除法定理，能熟练地作带余除法；
3. 掌握多项式整除的概念和性质，能熟练地运用这些性质；能熟练地运用综合除法；
4. 掌握最大公因式的概念，特别是 $(f(x), g(x))$，能熟练地运用辗转相除法求最大公因式；
5. 掌握多项式互素的概念、多项式互素的条件及多项式互素的性质的证明和结论；
6. 掌握不可约多项式概念，不可约多项式与任意多项式的关系及不可约多项式性质的证明及结论，并能正确地运用它们；
7. 理解多项式的导数及重因式的概念，掌握多项式有无重因式的判别方法；
8. 掌握多项式函数及多项式根的概念，掌握余数定理、因式定理及根的最多个数的结论及证明；

9. 掌握复数域上多项式因式分解的结论,了解实系数多项式非实复根的性质,掌握实数域上多项式因式分解的结论;

10. 熟练地掌握有理系数多项式有理根的求法,掌握艾森斯坦因判别法判定整系数多项式在有理数域上不可约，同时明确有理数域上存在任意次数的不可约多项式.

（二）行列式

1. 了解行列式的来源，会计算二阶和三阶行列式；

2. 正确理解 n 阶行列式的定义；

3. 掌握行列式的性质，能够准确、熟练地运用这些性质，并学会应用性质计算行列式；

4. 熟练应用行列式按行（列）展开定理计算行列式，并掌握该定理的推论以及计算；

5. 掌握克拉默法则：明确定理的前提、结论，熟记求解公式,明确 n 个方程的 n 元齐次线性方程组只有零解的条件.

（三）线性方程组

1. 理解线性方程组的同解和初等变换的概念；

2. 能熟练地运用矩阵的初等行变换解一般线性方程组；

3. 理解 n 维向量和数域 P 上 n 维向量的概念，掌握 n 维向量的加法、数量乘法及其运算性质；

4. 理解向量的线性组合及向量组等价概念；

5. 正确理解和掌握向量组的线性相关、线性无关概念并熟练掌握它们的判别方法；

6. 熟练掌握向量组的极大无关组和秩的概念及求法；

7. 理解和掌握矩阵的秩的概念，能熟练地求矩阵的秩；

8. 掌握线性方程组有解判别定理及其应用；

9. 明确齐次线性方程组的解的结构,熟练掌握齐次线性方程组的基础解系的概念、求法,熟练掌握一般线性方程组的解的结构.

（四）矩阵

1. 掌握矩阵的加法、数量乘法、乘法、转置及其运算性质，并能熟练地运用它们；

2. 掌握矩阵乘积的行列式及秩的相关定理；

3. 正确理解和掌握可逆矩阵的概念，掌握可逆矩阵的性质，矩阵可逆的充要条件和求逆矩阵的方法；

4. 理解初等矩阵的概念，掌握初等矩阵与初等变换的关系，理解用初等变换求逆矩阵的原理，并且能熟练地使用这个方法，理解矩阵等价的概念，掌握矩阵的等价标准形定理；

5. 理解分块矩阵的含义，理解分块矩阵的加法、乘法的意义，会用分块矩阵去简化运算和证明有关问题.

（五）二次型

1. 理解二次型、线性替换的概念；

2. 掌握二次型的标准形及化简二次型的理论推导；

3. 能够熟练应用非退化线性替换及矩阵的合同变换化简二次型成标准形或规范形；

4. 掌握复系数和实系数二次型的规范形的唯一性、惯性定理及理论推导；

5. 理解并能熟练应用（半）正定二次型（矩阵）的定义、性质及判定；

6. 掌握矩阵的合同的概念，矩阵之间合同和二次型之间的关系.

（六）线性空间

1. 掌握线性空间的概念及其简单性质；了解常用的线性空间；

2. 掌握 n 维线性空间的维数与基的概念及其求法；

3. 掌握向量空间中向量坐标的概念及其意义、基变换及坐标变换公式、过渡矩阵的概念及其性质；

4. 理解和掌握线性空间的子空间的概念和判别方法；理解有限个向量生成的子空间的概念，会求它的一组基；掌握基的扩充定理；

5.掌握子空间的交与和概念,掌握维数公式；

6. 正确理解子空间的和是直和的概念；掌握子空间的和是直和的充要条件；

7. 理解线性空间同构的概念、性质及其重要意义；掌握有限维线性空间同构的充要条件.

（七）线性变换

1.理解线性变换的定义，会判别一个变换是不是线性变换；掌握线性变换的简单性质；

2.掌握线性变换的加法、数量乘法、乘法及其简单性质；理解和掌握可逆线性变换的概念；

3.理解线性变换的多项式,正确理解线性变换的矩阵的概念， 并能熟练地求出线性变换在给定基下的矩阵；

4.掌握矩阵相似的概念及其基本性质；牢固掌握以下三个基本关系：1) 取定数域 P 上 n 维线性空间 V 的一组基后， V 上全体线性变换的集合 L(V)与 $P^{n\times n}$ 间存在同构映射； 2) 线性变换前后，向量坐标间的关系； 3) 基变换前后，线性变换矩阵间的关系；

5.理解特征值和特征向量的概念并且熟练地掌握其求法；

6.理解特征子空间、特征多项式的概念，明确特征多项式的基本性质；

7.全面掌握线性变换(矩阵)可以对角化的条件及化简方法；

8.掌握线性变换的值域、核、秩、零度等概念，深刻理解和掌握线性变换的值域与它对应的矩阵的秩的关系及线性变换的秩和零度间的关系；

9.掌握不变子空间的定义,会判定一个子空间是否是某一线性变换的不变子空间；

10.深刻理解不变子空间与线性变换矩阵化简之间的关系.

（八）欧几里得空间

（1）正确理解内积概念；掌握欧氏空间、向量的长度、两个向量的夹角、正交、距离等概念,掌握柯西—布涅柯夫斯基不等式和三角不等式,牢固掌握度量矩阵的概念以及不同基的度量矩阵的关系；

（2）掌握标准正交基的概念，能熟练地求出一组标准正交基并且理解标准正交基的作用,掌握正交矩阵的概念、性质及其与标准正交基的关系；

（3）理解欧氏空间同构的概念及欧氏空间同构的充要条件；

（4）理解和掌握正交变换的概念和性质，明确正交变换与正交矩阵的关系；

（5）正确理解和掌握两个子空间正交的概念，掌握正交与直和的关系，及欧氏空间中的每一个子空间都有唯一的正交补的性质；

（6）深刻理解并掌握任一个对称矩阵均可正交相似于一个对角阵，并掌握求正交阵的方法。能用正交变换化实二次型为标准形.

参考书目 北京大学数学系几何与代数教研室前代数小组编，高等代数（第五版），北京：高等教育出版社，2019
备注